



# ENTORNO ACADÉMICO

Año 9, Número 9, JUN de 2012  
ISSN: 1870 - 5316  
[www.itesca.edu.mx](http://www.itesca.edu.mx)





# *Editorial*

Estamos viviendo una época donde las fronteras se desvanecen a partir del intercambio de información y tecnología, esto ha propiciado un ambiente de desarrollo del cual ningún país debe sustraerse, el conocimiento, la investigación y la innovación son las actividades en las que se sustenta el avance de las regiones y de los países.

Generar espacios para el intercambio de información entre especialistas es una actividad de suma importancia para el flujo de conocimientos e ideas que permitan la creación de avances tecnológicos, donde se expongan conocimientos teóricos que puedan ser aplicados por las nuevas generaciones de profesionistas asegurando un desarrollo continuo, bajo el contexto actual de respeto al medio ambiente.

El Instituto Tecnológico Superior de Cajeme, institución comprometida con el desarrollo regional y del país, consciente de los retos actuales pone a disposición un espacio para la comunidad científica, la revista electrónica Entorno Académico.

La Revista Entorno Académico nació con el ánimo de constituir un sitio de referencia de la investigación buscando consolidarse como un espacio de divulgación y desarrollo de nuevas ideas e iniciativas de todas las áreas del conocimiento, ya que los avances tecnológicos actualmente son multidisciplinares, contemplando al desarrollo regional, desde una perspectiva amplia y diversa la educación, el conocimiento y la ciencia son básicamente estrategias de desarrollo que permiten, al mismo tiempo, el crecimiento económico basado en la competitividad

genuina y el acceso a mayores niveles de calidad de vida, de ciudadanía y de igualdad entre las personas.

Sin duda, el porvenir de los países está en manos de la existencia de sistemas universitarios en condiciones de producir, aplicar, recrear y divulgar conocimientos científicos y tecnológicos de calidad, de formar profesionales altamente capacitados y comprometidos, desarrollo de proyectos de investigación científica y tecnológica que aporten nuevos conocimientos de alto impacto para los distintos sectores socio-productivos.

Para la comunidad ITESCA, la revista Entorno Académico, es una respuesta a los retos actuales que presentamos con mucho agrado y orgullo, porque en ella encontrarán información actualizada y estamos seguros les será de gran utilidad.

Entorno Académico es una contribución más del ITESCA al crecimiento de nuestra sociedad.

---

*M.I. Paulino Antonio Sánchez López*  
*Director General, del Instituto Tecnológico Superior de Cajeme*

# Directorio

## DIRECTORIO GENERAL

**Dr. José Ángel Córdova Villalobos**  
Secretario de Educación Pública

**Dr. Rodolfo Tuirán Gutiérrez**  
Subsecretario de Educación Superior

**Dr. Carlos A. García Ibarra**  
Director General de Educación Superior Tecnológica

**Dr. Jesús Israel Lara Villegas**  
Director de Institutos Tecnológicos Descentralizados

**Mtro. Jorge Luís Ibarra Mendívil**  
Secretario de Educación y Cultura del Gobierno del Estado de Sonora

**Lic. Vicente Pacheco Castañeda**  
Subsecretario de Educación Media Superior y Superior de la SEC del Estado de Sonora

**C.P. José Alberto Ruibal Santa Ana**  
Subsecretario de Planeación y Administración de la SEC del Estado de Sonora

**Profr. Fausto Lara Aguirre**  
Encargado de la Subsecretaría de Educación Básica de la SEC en el Estado de Sonora

## DIRECTORIO INSTITUCIONAL

**M.I. Paulino Antonio Sánchez López**  
Dirección General

**Lic. Miguel Medina Saldaña**  
Dirección Académica

**Ing. Florentino Ruiz Cervantes**  
Dirección de Vinculación

**Mtra. Lucrecia Valenzuela Segura**  
Subdirección Académica

**C. Dr. María Lourdes Sánchez Cruz**  
Subdirección de Posgrado e Investigación

**Mtra. Ana Luisa Aguilar Mendívil**  
Subdirección de Vinculación

**Lic. Obed Valenzuela Fraijo**  
Subdirección de Servicios Administrativos

**Lic. Christopher Alberto Navarro Fregoso**  
Subdirección de Planeación

**Mtro. Marco Antonio Brambilla Ramírez**  
Departamento de Desarrollo Académico

**Mtro. Leobardo Rodríguez Contreras**  
Dpto. de Tecnologías de la Información y Comunicación

**Mtra. Nora Iveth Torres Salazar**  
Departamento de Planeación y Programación

**Lic. Consuelo Domínguez Haros**  
Departamento de Personal

**Mtra. Guadalupe Vásquez Chávez**  
Departamento de Calidad

**Ing. Octavio Ibarra Zayas**  
Departamento de Operación y Control Escolar

**Mtra. Fabiola Morales Ortega**  
Departamento de Recursos Financieros

**Lic. Reyna Isabel Ramírez Corral**  
Departamento de Vinculación

**Lic. Luis Alfonso López Martínez**  
Departamento de Recursos Materiales y Servicios

**Mtro. José Manuel Romero Balderrama**  
División de Arquitectura

**Mtro. Bernardo Morales Cervantes**  
División de Ingeniería Ambiental

**Mtro. José Lionso Salazar Huerta**  
División de Ingeniería Electrónica

**Mtra. Ana Cecilia Ruiz Calvillo**  
División de Ingeniería en Sistemas Computacionales

**Mtro. Gabriel Mendívil Salgueiro**  
División de Ingeniería Industrial

**Mtro. Armando Cota Danzós**  
División de Ingeniería Mecánica

**Mtro. Alberto Limón Valencia**  
División de Licenciatura en Administración

**Mtra. Carla Olimpia Zapuche Moreno**  
División de Ingeniería en Gestión Empresarial

**Mtro. Juan Enrique Palomares Ruiz**  
División de Ciencias Básicas

**Mtra. Linda Patricia Pritasil Reyna**  
Coordinación de Idiomas

**Mtra. Norma Aidedé Ríos Lugo**  
Coordinación de los Posgrados de Ingeniería

**Lic. Sergio Monge Vásquez**  
Coordinación Técnica de Servicios Especiales

**Mtra. Maribel Alvarado Valdez**  
Coordinación de Servicios Estudiantiles

**Lic. Gabriel Fernando Ochoa Hernández**  
Coordinación de Vinculación

**Mtro. Dagoberto Rodríguez Rendón**  
Coordinación de Sistemas de Información

**Mtra. Mariela Rubí Navarro Valdez**  
Coordinación de Educación a Distancia

**Lic. Pedro Félix Gocobachi**  
Coordinación Técnica de Asuntos Jurídicos y de Dirección General

**Mtro. Ricardo Alonso Hernández**  
Coordinación de Cultura

## CONSEJO EDITORIAL DEL PLANTEL

**M.I. Paulino Antonio Sánchez López**  
Presidente

**Lic. Miguel Medina Saldaña**  
Secretario Académico

**Mtro. Florentino Ruiz Cervantes**  
Secretario de Relaciones Internas y Externas

**Lic. Obed Valenzuela Fraijo**  
Secretario de Finanzas y Comercialización

**Mtra. Lucrecia Guadalupe Valenzuela Segura**  
Secretario Técnico.

**Mtra. María de Lourdes Sánchez Cruz**  
Jefe de Edición y Producción

**Lic. Sergio Monge Vásquez**  
Jefe de Información

**Mtro. Leobardo Rodríguez Contreras**  
Jefe de Edición Digital

**Lic. Christopher Navarro Fregoso**  
Jefe de Resguardo y Distribución de Publicaciones

## COMITÉ DE PRODUCCIÓN

**M.I. Gisela Ruiz Regalado**  
Editor en Jefe

**Lic. Jonathan Monteverde López**  
Responsable de Diseño y Producción Digital

## COMITÉ EDITORIAL INTERNO

**Dr. Alberto Ramírez Treviño**  
**Dr. Ernesto Alonso Carlos Martínez**  
**M.A. Rigoberto Anguiano Aldama**

## COLABORADORES

**C.Dr. Bruno Pablos Lugo**  
**Dr. Ernesto Alonso Carlos Martínez**  
**M.C. Ricardo Ruiz Moreno**  
**Mtro. Juan Salvador Hernández Gómez**  
**M.C. Leoncio Ruiz Moreno**  
**Dra. Patricia Camarena Gallardo**  
**M.A. Rigoberto Anguiano Aldama**  
**Dr. José Armando Pancorbo**  
**M.I. Juan Enrique Palomares Ruiz**  
**M.I. Francisco Javier Ochoa Estrella**  
**M.I. Baldomero Lucero Velázquez**  
**Dr. Eduardo Aguilera Gómez**  
**Dr. Elías Ledesma Orozco**  
**M.I. Eusebio Jiménez López**  
**M.I. Juan José Delfín Vásquez**  
**M.I. Adolfo Elías Soto González**  
**M.I. José Efrén Ruelas Ruiz**  
**Dr. Nicolás Velázquez Limón**  
**Dr. Ricardo Beltrán Chacón**

# *El Equilibrio entre lo artístico y lo científico.*

*"No se trata de acumular saberes sobre la lengua,  
sino de conocer recursos y estrategias  
para usarlos adecuadamente".  
Salvador Antúnez*

Bruno Pablos Lugo. Profesor Investigador Titular B. Instituto Tecnológico Superior de Cajeme.

## Resumen

Este artículo explica la implementación de un proyecto que el autor pretende realizar, para demostrar la hipótesis de que la educación estética es el procedimiento que -en armonía con la ciencia- facilita el desarrollo de la competencia lingüística en alumnos de nivel medio básico, alineándose a los nuevos principios pedagógicos establecidos, de tal manera que los resultados puedan llamar la atención a las autoridades educativas de la SEC y atiendan a las propuestas de cambio para los programas de estudio, en las asignaturas de Español y Artes, en secundaria. Ello como base para la tesis del autor, dentro del programa de Doctorado en Planeación y Liderazgo educativo de la Universidad del Valle de México, extensión Ciudad Obregón.

## Abstract

This article explains the implementation of a project that the author seeks to make, to prove the hypothesis that aesthetic education is the procedure which, in harmony with science facilitates the development of linguistic competence in basic medium level students, aligned to new pedagogical principles established so that results can draw attention to the educational authorities of the SEC (Secretaría de Educación y Cultura) and address the proposed changes to the curriculum, in Spanish and arts subjects in basic medium level education. This basis for the author's thesis within the doctoral program in Educational Leadership Planning and the Universidad del Valle de Mexico, Ciudad Obregon extension.

## Palabras clave

Formación artística, conocimiento científico, competencia lingüística, BADyG-E3, discurso poético.

## Introducción

Tanto la formación artística como el conocimiento científico, son aspectos que explican y se explican en la didáctica del contexto educativo y, en este marco, la

enseñanza del texto poético adquiere un sentido muy firme como constructor del conocimiento.

Es importante subrayar la innegable invasión a nuestra sociedad de tendencias mercantilistas y consumistas. Esto limita las posibilidades del individuo, para conocer y disfrutar el mundo a través de sus sentimientos y emociones. La ausencia de estos elementos proyecta una caracterización de la educación, considerada en primer término como científica y en segundo, la idea de no contener aspectos de creatividad que generan significaciones del

proyecto social, desde el arte.

El currículo y particularmente el plan de estudios tienen un componente racional, pero también un componente valoral. Desde el punto de vista economista han tratado de enfatizarse los valores de la eficiencia, la competitividad, el consumo y la demanda. Ante esta posición surgen posturas globales alternativas que proponen la elaboración de una ética alternativa en la que se recupere la vuelta y respeto a la naturaleza, el aprecio por el arte y la defensa de la emoción y la sensibilidad corporal ante el intelecto y la explotación (Farfán, 2005, en Hargreaves, 1994).

En la actualidad, en referencia a cómo se educa en la esfera mencionada, remite a los contenidos de la didáctica (referidos como programas de estudio, el tiempo que se les asigna en la retícula escolar, formación específica de los docentes en este rubro, etcétera); en éstos -al menos los de educación media básica, que son el campo de estudio para esta investigación- no se contempla que es primordial que la educación de las instituciones se enfoque en la formación del hombre nuevo, cuyas características exige y necesita la sociedad del presente y del futuro; tiene que ser capaz de preparar al individuo para hacer, para crear y para enfrentar su responsabilidad, en el devenir histórico. Ante todo, la educación debe lograr no sólo la realización intelectual del hombre, sino además su realización completa, capaz de transformar la naturaleza y a la vez conmovirse con su belleza.

## Justificación

Es a través de la educación como se consigue el gusto estético, puesto que si no es de un modo provocado y sistemático, la capacidad del hombre para la apreciación de lo bello en la naturaleza y en el arte, no se desarrollan convenientemente.

Las investigaciones que se han realizado en esta esfera, denotan un alarmante deterioro en la capacidad de los educandos -en sentido general- para apreciar y diferenciar los verdaderos valores estéticos y artísticos en la creación contemporánea, a la vez que se observan tendencias al vulgarismo en diversas esferas de la conducta social.

La educación y la instrucción consisten precisamente en dar a conocer a los estudiantes, la cultura existente, e inculcarle los conocimientos, aptitudes y hábitos acumulados por la sociedad, así como los valores y normas de conducta admitidos en ella, a fin de ampliar el universo de información cultural del estudiantado y a la vez desarrollar en ellos sus potencialidades creadoras y su sensibilidad y gusto por lo bello.

La educación estética debe dirigirse a desarrollar en los individuos la capacidad de expresar, percibir, comprender, sentir y disfrutar la belleza artística y los ideales y sentimientos que se manifiestan por medio del arte en diversas formas. Para encaminar convenientemente el proceso de educación de los juicios valorativos y de apreciación, es fundamental el desarrollo de la sensibilidad y el sentido crítico del joven; la dirección adecuada para el cumplimiento de este objetivo implica alcanzar, entre sus aspectos de importancia, tanto una valoración y apreciación adecuada de lo que propiamente conocemos como "obra de arte", como de la armonía y belleza inmersas en el mundo circundante, en el plano de lo estético y de lo ético.

La mayoría de los profesores de educación básica -incluyendo a los de área de español y artísticas, salvo raras excepciones- y de quienes desarrollan las retículas de este nivel educativo, consideran que educar en lo estético, como por ejemplo lo referente a disciplinas de la expresión oral, no tiene mayor importancia que la de ser asignaturas de relleno; ello ha concebido un alumno alejado de las manifestaciones estéticas.

La didáctica empleada hasta hoy en materias como español y educación artística del nivel secundaria, en el tratamiento de estas fructíferas disciplinas, genera alumnos carentes de capacidades para desarrollar habilidades del sentido artístico, al pensar que es la ciencia, el conocimiento que desarrolla al hombre, y no se han aprovechado las sólidas bases que se pueden obtener para otras esferas del conocimiento, empujando por la lingüística y la comunicativa.

Aterrizando la idea, no se trata de acumular saberes sobre la lengua, sino de conocer recursos y estrategias para usarlas adecuadamente (Antúnez, 2001). La intersección de las ciencias de educación y de las ciencias del lenguaje confiere carácter de disciplina aplicada a la didáctica de lengua y literatura.

En esta razón, la pretensión es responder a estas interrogantes: ¿Qué factores sociales, culturales y políticos permiten generar una educación en equilibrio entre lo estético y lo científico? y ¿Qué perspectivas sociológicas y artísticas traen consigo la formación de sujetos con potencialidades para la creación artística y científica?

Baso mi postura en una revisión crítica de los planteamientos tradicionales en la didáctica de la literatura, y presento una orientación práctica, considerando a los secundarios como lectores en formación y teniendo como objetivo esencial, formarlos para que sean competentes, autónomos, capaces de interpretar, de disfrutar y de valorar las creaciones

en lo estético-literario. Lo anterior, a través de la obtención de herramientas pragmáticas, en el análisis del relato literario y en la expresión del discurso poético, en armonía con las aportaciones científicas de su nivel educativo.

Por lo tanto, la construcción del conocimiento es una propuesta que en su conjunto, señala a que el objeto final sea la consolidación de los alumnos de nivel medio básico como receptores autónomos del conocimiento. Además, como individuos capacitados para la recepción personal, valorativa y crítica, en su práctica declamatoria, al desarrollar la competencia lingüística.

La educación desde ese parámetro científico y estético contrae la formación de un ser que acceda a la esencialidad de lo literario, que participe en el juego de la creación, que sienta y perciba los efectos estéticos del lenguaje, que lo maneje de manera directa para conocerlo en su esencia y en la realidad discursiva que comporta toda realidad creativa; y, que mejor para ello que la práctica y el dominio del arte del bien decir, al mismo tiempo que se nutra -en perfecta armonía- con el conocimiento científico. Un individuo que demuestre en el trato cotidiano su habilidad para comunicarse, que sea buen conversador y a todas luces un respetuoso de su idioma y admirador del lenguaje literario y del científico; ambos, pilares centrales de un ciudadano de bien para sí mismo y para la sociedad en la que se ha educado.

La expresión fundamental es acercarse a la significación poética de lo lírico demarcado en la declamación como herramienta pedagógica, y sugerida como una de las alternativas de solución a lo anterior. Considero a ésta como base para otras áreas del conocimiento en todos los niveles educativos y como elemento para trasuntar valores que fortalezcan la convivencia y participación integral del educando en todos los entornos.

El arte declamatorio no ha sido un tema debidamente abordado por la investigación educativa y no concuerda ello con la filosofía y principios pedagógicos del Programa Estatal de Educación 2004-2009, que la Secretaría de Educación y cultura presenta, bajo el lema de Calidad Sonora en la educación.

La postura de esta investigación se alinea con la formulación de nuevos principios pedagógicos, en contraposición a los tradicionales, de tal manera que construyamos conocimiento, clarifiquemos valores y desarrollemos competencias para la vida en común, otorgando a este arte de la palabra un lugar preponderante como instrumento del proceso enseñanza-aprendizaje.

Lo anterior deja atrás la idea de la declamación como una práctica únicamente recreativa y la cual se omite sin la más mínima revisión del caso, como se demostró en el ciclo escolar 2007-2008 de educación básica en nuestro estado, cuando se cancelaron los concursos y toda capacitación para asesores de este nivel.

Esta investigación propone los lineamientos necesarios para -con el recurso declamatorio y otros- impulsar modelos de formación por competencias, que favorezcan el desarrollo de destrezas flexibles y susceptibles de aplicación en contextos novedosos, así como desarrollar el pensamiento crítico y estimular la actitud de apertura al conocimiento global.

El impacto de los cambios culturales en la educación está llevando a una redefinición del papel docente; numerosas reformas en las escuelas formadoras de docentes a lo largo del mundo son muestra de esa problemática. Esta nueva lógica global con la que se reorienta la cultura está llevando a la definición de tendencias curriculares en la formación docente.

Cuando la actividad de aula se centra en la exposición de peculiaridades de la vida y del estilo de determinados autores y en la presentación de algunas consideraciones valorativas e interpretativas tomadas de diversos críticos, enseñar literatura equivale a decir enseñar historia literaria y memorizar recursos estilísticos y caracterizaciones genéricas de movimientos literarios.

Debido en parte a razones de este tipo, los alumnos concluyen su educación primaria, secundaria e incluso universitaria, habiendo recibido enseñanzas sobre las producciones literarias, pero sin haber alcanzado la formación efectiva que les capacite como lectores autónomos, reflexivos y críticos de algunas de esas mismas obras. Es preciso provocar que los alumnos se conviertan en actores primordiales de este proceso.

Urge sustituir la idea de enseñar literatura por otra idea, más amplia, que se centre en la idea de enseñar a apreciar la literatura, en el sentido de disfrutar y valorar, lo que significa desarrollar la formación literaria.

Dentro de este sistema de relaciones, la apreciación estética constituye una necesidad, un imperativo que educa al hombre, lo instruye y transforma sus puntos de vista, permitiéndole además comparar las diferentes situaciones sociales del mundo en que se desarrolla como individuo actuante. Las cualidades y los gustos estéticos, saber comprender y crear lo bello en el arte y en todo lo que circunda al individuo en formación, son rasgos indispensables del hombre universalmente desarrollado; pero es necesario formar y educar estas cualidades, ya que no se manifiestan por sí solas.

Por lo anterior, podemos afirmar que en la vida espiritual de la sociedad en que vivimos, el arte adquiere, junto con la ciencia, una significación cada vez mayor, por lo que es preciso influir en la educación de los sentimientos y en la sensibilidad artística.

Determinar los factores que constituyen lo científico y estético de la educación, es un objetivo primordial, para lo cual es preciso comprender la situación educativa en sus expresiones de resultados formativos en el nivel medio básico. Es necesario interpretar las reformas educativas desde la política, en el proyecto de formación ciudadana y reafirmar el aspecto estético como elemento de conocimiento, para poder

con ello, hacer propuestas de herramientas prácticas para el programa de Educación básica que la Secretaría de Educación y Cultura realiza, en nuestro estado de Sonora.

#### Tipo de estudio

El tipo de estudio es experimental. Se realizará una medición inicial consistente en la aplicación de un instrumento previamente validado que mida el grado de dominio que los alumnos posean en cuanto a la competencia lingüística, tanto a los grupos experimentales como a los de control. Después se les impartirá un curso taller de declamación a los estudiantes de los grupos experimentales para, después -en una tercera fase- volver a aplicar el instrumento a los mismos secundarios de primer grado, a quienes se evaluó al principio.

Decimos que esta investigación experimental, se trata más específicamente de un cuasiexperimento, porque en los diseños cuasiexperimentales se manipula a la variable independiente; la diferencia que hay con los experimentos puros es que aquí los elementos a medir no son asignados al azar, sino que los grupos ya estaban formados. En este caso, la medición se hará a una muestra de una población de alumnos de primer grado de Secundaria, de acuerdo con las listas oficiales de cada Institución secundaria, de las incluidas en la zona escolar que se ha definido.

Se pueden aprovechar además, las ventajas de este tipo de investigación, al tener un mayor control de las posibles alteraciones en los resultados del estudio, ya que la aleatorización difumina la acción de las variables de confusión y de que responderá francamente a la hipótesis, mejor de lo que lo haría un estudio solamente observacional.

#### Diseño

El diseño utilizado en el presente trabajo es del tipo A-B-A, es decir, que consta de tres fases: una primera de línea base (A), una segunda de tratamiento (B) y una tercera de reversión o retirada del tratamiento (A nuevamente). El diseño A-B-A es, como señalan Barlow y Hersen (1988), el primero de los diseños considerados experimentales (el diseño A-B suele considerarse como cuasiexperimental), al ser el más sencillo de los diseños denominados de reversión, esto es, aquéllos en los que se produce un retorno a la línea base una vez que se ha aplicado el tratamiento. Se ha considerado adecuado para este estudio por ofrecer, a la par que sencillez -que era un factor importante, especialmente teniendo en cuenta que se trabajará con datos reales recogidos por el autor- una garantía de validez interna; además, no se prevé inconveniente moral o ético que dificultara la retirada del tratamiento, debido a la naturaleza del mismo, como puede suceder en otros contextos, sino que -por el contrario- las autoridades escolares involucradas, han mostrado siempre denotado interés porque se realice este trabajo, en las presentaciones del anteproyecto.

La variable dependiente es la competencia lingüística y la variable independiente es el curso taller. Tras definir los grupos para el experimento, acordando con el supervisor de la zona escolar y los directores de las escuelas, las fechas y lugares pertinentes para su aplicación, se procederá a la aplicación del instrumento de evaluación a los seis grupos involucrados (tres experimentales y tres de control).

En el presente trabajo se ha diseñado un experimento con alumnos de seis grupos, pertenecientes a una misma zona escolar del municipio de Cajeme, para estudiar la eficacia de la declamación como herramienta pedagógica, que facilite el desarrollo de la competencia lingüística en dichos estudiantes, con un curso taller de declamación que tiene una duración de veinte horas, cuyo programa se muestra en el la sección del tratamiento.

El diseño es el siguiente:

G<sub>1</sub>O<sub>1</sub>XO<sub>2</sub>

G<sub>2</sub>O<sub>1</sub>XO<sub>2</sub>

G<sub>3</sub>O<sub>1</sub>XO<sub>2</sub>

G<sub>4</sub>O<sub>1</sub>-O<sub>2</sub> (Grupo de control)

G<sub>5</sub>O<sub>1</sub>-O<sub>2</sub> (Grupo de control)

G<sub>6</sub>O<sub>1</sub>-O<sub>2</sub> (Grupo de control)

Donde:

G<sub>1</sub>= Grupo de U alumnos del Instituto Libertad.

G<sub>2</sub>= Grupo de V alumnos del Instituto Regional de Guaymas.

G<sub>3</sub>= Grupo de W alumnos del Instituto Liceo Excell.

G<sub>4</sub>= Grupo de X alumnos del la Escuela “Prof.. Rafael Campoy”, matutino.

G<sub>5</sub>= Grupo de Y alumnos de la Escuela Técnica 2.

G<sub>6</sub>= Grupo de Z alumnos del Instituto Monserrat.

O<sub>1</sub>= Primera medición con el instrumento de medición.

X=Taller “Curso Práctico de Declamación”.

O<sub>2</sub>=Segunda medición, que consistirá en la aplicación del mismo instrumento utilizado en la primera medición.

Tratamiento.

Este consistirá en la impartición de un taller de veinte horas titulado “Curso Práctico de Declamación” (variable independiente), elaborado por el autor de

este proyecto de investigación y cuyo objetivo general es que los participantes conozcan los fundamentos de la expresión del discurso poético y que a través de ejercicios prácticos de respiración, de articulación y de mejora natural de la voz, aumenten su capacidad declamatoria y con ello -de resultar cierta la hipótesis- su competencia lingüística.

La versión completa del taller “Curso Práctico de Declamación” se encuentra descrita en el libro “Declamación-curso práctico” ([www.itesca.edu.mx/publicaciones/brunopablos](http://www.itesca.edu.mx/publicaciones/brunopablos)), de la autoría de este mismo investigador y que se anexará a esta tesis doctoral.

Hipótesis.

Hi: La educación estética es el procedimiento que -en armonía con la ciencia- facilita el desarrollo de la competencia lingüística en alumnos de nivel medio básico.

Se medirá con una batería de instrumentos creada por el autor y diseñada sobre la base del test BADyG-E<sub>3</sub>. Se harán 2 mediciones a cada integrante de la muestra, una previa al curso-taller y la segunda después de la impartición de dicho curso.

La variable competencia lingüística es el conjunto de conocimientos que permiten al hablante de una lengua, el comprender y producir una infinita cantidad de oraciones gramaticalmente correctas, con una cantidad finita de elementos. Además, ciertos enfoques que se ubican en la gramática funcional entienden que el término también debe incluir cierto conocimiento acerca de la adecuación de un enunciado, al contexto de situación en que se produce: lo anterior, dentro de las teorías que se agrupan en la gramática formal (Tusón, 1993).

Población

La población a investigar para la realización de este estudio se conformará por estudiantes de ambos sexos del primer grado de secundaria, cuyas edades fluctúan entre 12 y 13 años y que pertenecen a la zona escolar número 8 del municipio de Cajeme.

INSTITUCIÓN	TIPO	LOCALIZACIÓN	GRUPOS DE 1er. GRADO
Instituto Libertad	Privada	Cd. Obregón, Sonora.	1
Instituto Regional de Guaymas	Privada	Cd. Obregón, Sonora.	1
Liceo Excell	Privada	Cd. Obregón, Sonora.	1
Instituto Monserrat	Privada	Cd. Obregón, Sonora.	1
Técnica No. 2	Pública	Campo 60, Valle del Yaqui, Son.	4
Prof.. José Rafael Campoy (turno matutino)	Pública	Cd. Obregón, Sonora.	7
Prof.. José Rafael Campoy (turno vespertino)	Pública	Cd. Obregón, Sonora.	6

### Materiales y Métodos

Para desarrollar el instrumento que mide la competencia lingüística, se tomó como base el BADyG-E<sub>3</sub> MS, que es una Bateria de Aptitudes Diferenciales y Generales, elaborado por los Doctores Carlos Yuste Hernanz y Rosario Martínez Arias y validado por la Universidad Complutense de Madrid (Yuste y Martínez, 2005). Dicha herramienta es considerada como un test colectivo, es decir que se evalúa a todos los alumnos de la clase al mismo tiempo, y que puede aplicarse a pupilos de 6º de Primaria y 1º de secundaria.

La siguiente tabla muestra todas las pruebas que la herramienta referida puede medir, así como los tiempos recomendados para que los alumnos resuelvan las cuestiones y como justificación experimental, la fiabilidad estimada:

	<b>Pruebas</b>	<b>6º de primaria: Tiempo y fiabilidad</b>	<b>1º de secundaria: Tiempo y fiabilidad</b>
<b>Pruebas Básicas</b>	Analogías Verbales	6 minutos 0.87	5 minutos 0.89
	Series Numéricas	8 minutos 0.87	7 minutos 0.90
	Matrices Lógicas	8 minutos 0.77	8 minutos 0.80
	Completar Oraciones	8 minutos 0.86	7 minutos 0.88
	Problemas Numéricos	9 minutos 0.85	8 minutos 0.89
	Encajar Figuras	5 minutos 0.85	5 minutos 0.89
<b>Pruebas Complementarias</b>	Memoria Auditiva de Relato Oral	7 minutos 0.86	6 minutos 0.89

Esta prueba -cuyo contenido varía para aplicarse a otros niveles- sirve para conocer la competencia en pruebas básicas, de los que se tomarán los ítems correspondientes a analogías verbales y completar oraciones; de pruebas complementarias se utilizará memoria auditiva de relato oral, con una modificación a memoria auditiva de poema declamado. Lo anterior, de acuerdo a la definición conceptual de la variable dependiente competencia lingüística, como se explica en la siguiente tabla:

PRUEBA	TRATAMIENTO
<b>Analogías verbales</b>	Se trata de encontrar relaciones analógicas entre conceptos. Una se da completa y a la otra le falta un término que hay que buscar entre las cinco posibles respuestas numeradas con letras.  Ejemplo: <b>automóvil</b> es a <b>volante</b> como <b>barco</b> es a <u>?</u> . timón. K    viento. L    vela. M    timónel. N    capitán. O
<b>Completar oraciones</b>	Se trata de encontrar el concepto o palabra que complete o cierre mejor el sentido de una oración.  Ejemplo: <b>Presentó</b> <u>?</u> que evidenciaban su inocencia. heridas. F    trabajos. G    anuncios. H    excusas. I    pruebas. J
<b>Memoria auditiva de poema declamado</b>	Se trata de responder a una serie de preguntas acerca del poema escuchado inmediatamente antes.  Ejemplo (de "Parodia a un guapo"): ¿ Cómo les pedía a las chicas que lo vieran ? Guapo. I    Feo. J    Por dentro. K    Con amor. L

Otros ejemplos, los tiempos de que disponen los evaluados para cada prueba y el examen completo, se muestran como anexo de esta tesis.

El cambio de la tercera prueba seleccionada Memoria auditiva de poema declamado, se justifica porque no se cambia el hecho de los recursos utilizados por el alumno para responder adecuadamente y de que la variación adecua la utilización de la variable atributiva con el instrumento de evaluación.

Para verificar la confiabilidad de los instrumentos, se realizará una prueba piloto que consistirá en la aplicación de los mismos a un grupo de 10 alumnos de primer grado de la escuela secundaria Profr. José Rafael Campoy del turno matutino, de la misma zona escolar referida y con las mismas características de los grupos experimentales y de control.

Una vez contestados los instrumentos, se les someterá a la prueba de confiabilidad ALPHA de CRONBACH (1957). Este estadístico, con la finalidad de determinar el grado de consistencia interna de una escala, analiza la correlación media de una de las variables de la misma escala con todas las demás variables que la componen. Si las variables no están positivamente correlacionadas entre sí,

no existe razón para creer que puedan estar correlacionadas con otras posibles variables que hubieran podido ser igualmente seleccionadas. En consecuencia, no es de esperar que exista una correlación positiva entre esta escala de medición y cualquier otra similar. Por tanto, el Alpha de Cronbach puede interpretarse como la correlación existente entre una escala y cualquier otra posible que contuviese el mismo número de ítems y que pudiera construirse a partir del universo hipotético de variables que pueden medir lo mismo.

### Referencias

- Antúnez, S. (2007) “El objeto de la formación lingüística” en la Enciclopedia General de la educación. Océano. España.
- Farfán, E. (2005) Los valores en la formación de educadoras de las normales públicas de Sinaloa y el Distrito Federal. UAS. Culiacán, Sinaloa.
- Pablos, B. (2000) La Declamación Completa. ITESCA - APALBA. Cd. Obregón, Sonora.
- Pablos, B. (2003) La Expresión del Discurso. ITESCA - APALBA. Cd. Obregón, Sonora.
- Pablos, B. (2004) Declamación-Curso práctico. ITESCA-APALBA. Cd. Obregón, Sonora.
- Secretaría de Educación y Cultura del Estado de Sonora. (2003) Programa Estatal de Educación 2004-2009. Hermosillo, Sonora.
- Yuste, C. y Martínez, R. (2005) Batería de aptitudes diferenciales y generales. Océano. España.

### Nota autobiográfica

Bruno Pablos Lugo es Ing. en Sistemas Computacionales por el Tecnológico de Monterrey y tiene Maestría en Calidad por la Universidad La Salle del Noroeste. Actualmente estudia un Doctorado en Planeación y Liderazgo Educativo en la Universidad del Valle de México, extensión Cd. Obregón. Es Premio Nacional de Declamación.

Es autor del Poemario “¡ Hey, emocionate ! “ y de los libros de didáctica de la expresión oral “La declamación completa”, “El que declama”, “La expresión del discurso-oratoria y declamación” y “Declamación-curso práctico”, así como de la serie de 17 discos compactos de poemas “La declamación completa”.

Es ganador del primer concurso de cuento Miguel de Cervantes Saavedra, convocado por el Tecnológico de Monterrey, para todos los Campus del Noroeste, con el cuento “Los Gusanos”.

# *Análisis de las Propiedades Psicométricas de un Examen de Admisión de Nivel Superior.*

Ernesto Alonso Carlos Martínez. Profesor Investigador Titular C. Instituto Tecnológico Superior de Cajeme.

Ricardo Ruiz Moreno. Profesor de Carrera Titular B. Instituto Tecnológico Superior de Cajeme.

Juan Salvador Hernández Gómez. Profesor de Carrera Asociado C. Instituto Tecnológico Superior de Cajeme.

## Resumen

En este trabajo se realizó un estudio descriptivo del Examen del CoSNET, en el que se analizaron los reactivos aplicados a los alumnos que aspiraban ingresar a las carreras de ingeniería. Una vez establecido el proceso, se procedió a su calibración, es decir, al establecimiento conjunto de los rasgos o atributos medidos en los alumnos y de las propiedades psicométricas de los ítems, siguiendo el modelo basado en la Teoría Clásica del Ítem. Los resultados muestran que en general el examen resultó confiable y los indicadores de validez y predictibilidad fueron aceptables aunque lejos de ser óptimos.

## Abstract

In this assignment a described studies from the test CoSNET, in wich they analyze the reactive applied to the students that the aspired to get into engineer careers. Once the process is established, they proceed it's calibration, meaning, they established the attributes measure in the students and from the properties psychometrics from the items, following the model based in the items classic theory. The results show that the test in general result trustful and the predictable were accepted although they were far away from being optimist.

## Palabras Clave

Calibración, propiedades psicométricas, evaluación del aprendizaje, índice de discriminación, índice de confiabilidad.

## Introducción

La mayoría de las instituciones de nivel medio y superior del país, tanto de carácter público como privado, han venido aplicando desde tiempo atrás los llamados exámenes de admisión a los alumnos que desean ingresar por vez primera a sus planteles. Estos

exámenes han sido utilizados más que nada como filtros para seleccionar a los mejores estudiantes.

Con esto las instituciones educativas pretenden asegurarse que las capacidades y competencias con que cuentan sus alumnos de recién ingreso, son apropiadas para la asimilación y generación de conocimientos y habilidades pertinentes al desarrollo humano – científico – tecnológico. [ANUIES], 2007; López, 2008). Hasta la década de los 90, la mayor parte de los exámenes de admisión que se utilizaban en las instituciones de educación superior del país (IES), se desarrollaban por lo general por las mismas instituciones,

con poco rigor metodológico e incluso no se realizaban estudios serios para determinar las propiedades psicométricas de los mismos.

Esta situación ha ido cambiando paulatinamente, sobre todo a partir de la creación en 1994 del Centro Nacional para la Evaluación de la Educación Superior (CENEVAL) cuyo propósito primordial es elaborar y administrar exámenes para el ingreso a la educación media superior y superior. Algunas IES, como la Universidad Autónoma de Baja California (UABC) y la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), han desarrollado y validado sus propios exámenes de admisión, adaptándolos a sus necesidades. (Backhoff, Larrazolo y Rosas, 2000, p. 12).

Para el 2002 surge el Instituto Nacional de Evaluación Educativa (INEE) con la finalidad de desarrollar un sistema de pruebas estandarizadas que permitan comparar los resultados de los estudiantes de los diversos niveles del sistema educativo, e impulsar el desarrollo y análisis de pruebas profesionalmente construidas como el Examen de Habilidades y Conocimientos Básicos (EXHCOBA), EXANI I y II, COSNET, PISA entre otros (Tirado, Backhoff, Larrazolo & Rosas, 1997; Díaz-Barriga, 2006).

Esta evaluación, permite también obtener la información necesaria para mejorar la propuesta formativa que se desarrolla tanto en cada uno de los cursos de plan de estudios, como en la estructura curricular de las licenciaturas. Asimismo coadyuva a que se pueda realizar un seguimiento de los avances que el estudiante va obteniendo desde su ingreso a la institución, hasta la finalización de sus estudios.

## Planteamiento del problema

Realizar una evaluación correcta del alumno mediante la aplicación de un examen de admisión, no es solo una de tantas actividades académicas de educación superior, sino que se constituye como verdadera

exigencia académica a partir de la cual pueden generarse acciones que comprometan y orienten con certeza el esfuerzo institucional hacia la excelencia educativa.

En el Instituto Tecnológico Superior de Cajeme (ITESCA), ubicado en Cd. Obregón Sonora, se utilizó a partir de 1997 hasta el 2006, el examen diseñado por el Consejo del Sistema Nacional de Educación Tecnológica (CoSNET), en el proceso de selección de aspirantes. Posteriormente se ha estado utilizando el examen del Centro Nacional de Evaluación de la Educación Superior (CENEVAL).

Una vez que se ha aplicado un examen y se conocen sus resultados, resulta útil y necesario, obtener información acerca de la eficiencia que cada reactivo mostró para satisfacer los propósitos para los que fue diseñado. Así pues, desde la perspectiva de la normatividad de la evaluación, una orientación primordial de los reactivos es su capacidad para diferenciar el desempeño de los estudiantes en el examen.

Para ello, fue preciso estimar el grado de dificultad y discriminación de los reactivos. La dificultad de un reactivo, se relaciona con la proporción de alumnos que respondieron de manera correcta al mismo; mientras que la discriminación se refiere a la capacidad de un ítem para diferenciar al grupo de alumnos que obtuvieron una puntuación alta en el examen, versus el grupo de los que obtuvieron una puntuación global baja.

#### Objetivo

Analizar las propiedades psicométricas de un examen de admisión para las carreras de ingeniería del Instituto Tecnológico Superior de Cajeme.

#### Resultados

En este apartado se presentan, los valores correspondientes a la validez predictiva y a la confiabilidad del examen de CoSNET. Del mismo modo, se muestra la información relativa al nivel de facilidad y al poder de discriminación de los reactivos de dicho instrumento.

#### Validez predictiva

Para establecer la validez predictiva del examen de admisión, se utilizó el coeficiente de correlación de Pearson "r". Se comparó la puntuación obtenida por cada alumno en el examen, con respecto al promedio de calificación que dicho alumno tiene hasta el semestre enero – mayo 2007 (Ver Tabla 1).

#### Confiabilidad

Al efectuar el cálculo de confiabilidad por medio del coeficiente de Kuder-Richardson, para cada una de las secciones del examen de admisión, se obtuvieron índices para cada una de las áreas evaluadas (Ver Tabla 2).

#### Análisis de reactivos

Para hacer un análisis del comportamiento de la facilidad de los 194 reactivos del examen de CoSNET, se obtuvo la distribución de los reactivos según su nivel de facilidad (Ver Tabla 3).

Con base en el índice de discriminación (D), al agrupar los reactivos según el nivel de calidad (Ver Tabla 4).

Del mismo modo, con relación al valor de la correlación del punto biserial (rpbis), los reactivos se agruparon de acuerdo a su nivel de calidad discriminativa (Ver Tabla 5).

#### Discusión y conclusiones

Al revisar los valores del coeficiente de correlación de Pearson (r), entre los resultados del examen de admisión y el promedio de los estudiantes hasta el semestre enero – mayo de 2007, se puede concluir que existe una correlación muy débil, para los tres casos analizados. Como se recordará, a partir de un valor de  $r = 0.50$ , se manifiesta una correlación adecuada y suficiente entre las variables de estudio. De este modo, no se observa validez predictiva, ni en la Prueba de Habilidades Matemática y Verbal, ni en el Examen de Conocimientos.

El coeficiente de Kuder-Richardson ( $r_{20}$ ), utilizado para el cálculo de confiabilidad, arroja valores tanto para el caso de la Prueba de Habilidades Matemática y Verbal, como para el Examen de Conocimientos, superiores a 0.70. Este número, se considera como mínimo aceptable, en términos de confiabilidad psicométrica, para garantizar la confiabilidad del instrumento. Se puede decir entonces, que tanto la Prueba de Habilidades Matemática y Verbal, como el Examen de Conocimientos son confiables.

En cuanto al índice de facilidad, los reactivos del examen de CoSNET, aplicado en el ITESCA en julio de 2005, presentan un promedio de 0.27. Este valor, está muy alejado del índice esperado para un examen normativo con cinco opciones de respuesta y que es de 0.62. De acuerdo con lo anterior, los reactivos del examen de CoSNET, tienen una dificultad muy superior a la deseable.

Con respecto al índice de discriminación (D), se puede decir que el 53.1% de los ítems presentaron niveles de aceptables a óptimos; 40.7% de ellos tuvo un nivel pobre y 6.2% de ellos discriminó negativamente. En cuanto a la correlación del punto biserial, (rpbis), 66.5% de los reactivos presentaron niveles de aceptables a óptimos; 28.9% de ellos tuvo un nivel pobre y 4.6% discriminó negativamente.

Un examen de admisión que no posea validez predictiva, ocasiona que no se pueda tener un panorama acertado acerca del perfil de ingreso del estudiante. Esto provoca a su vez, que no se tengan proyecciones confiables, con respecto a la eficiencia terminal en un determinado período. Del mismo modo, el no contar con un diagnóstico adecuado, del nivel de conocimientos del alumno de nuevo ingreso, dificultará el diseño y aplicación de estrategias, para disminuir los rezagos académicos de los estudiantes e impulsar sus fortalezas. Por otro lado, una población estudiantil con mejores posibilidades de cursar una carrera universitaria, permitirá que los recursos con que cuenta la institución se utilicen de manera óptima.

Los resultados obtenidos en el presente trabajo, pueden servir de apoyo para que se efectúen estudios similares, ya sea que estén relacionados con el diseño y la elaboración de instrumentos de evaluación, o que tengan que ver con el análisis de reactivos de un instrumento ya elaborado. En este último caso, sería interesante determinar por ejemplo, las causas de la dificultad inapropiada de los reactivos, de un poder de discriminación muy débil de los mismos, etc.

Tabla 1  
Validez predictiva del examen de admisión

Descripción	Coefficiente de correlación de Pearson “ $r$ ”
Prueba de Habilidades Matemática y Verbal	0.102
Examen de Conocimientos	0.192
Examen de admisión	0.168

Tabla 2  
Confiabilidad del examen de admisión

Descripción	Coefficiente de confiabilidad “ $r_{20}$ ”
Prueba de Habilidades Matemática y Verbal	0.86
Examen de Conocimientos	0.81

Tabla 3  
Distribución del nivel de facilidad del examen de CoSNET

Nivel de facilidad	Rango	Frecuencia	Porcentaje
Muy difícil	$p < 0.30$	114	58.8%
Difícil	$0.30 \leq p \leq 0.50$	60	30.9%
Dificultad media	$0.50 < p \leq 0.70$	20	10.3%
Fácil	$0.70 < p \leq 0.80$	0	0.0%
Muy fácil	$p > 0.80$	0	0.0%
<b>Total:</b>		<b>194</b>	<b>100%</b>

Tabla 4  
Distribución del nivel de calidad de los valores D del examen de CoSNET.

Nivel de calidad	Rango	Frecuencia	Porcentaje
Excelente	$D > 0.39$	49	25.3%
Buena	$0.29 < D \leq 0.39$	33	17.0%
Regular	$0.20 < D \leq 0.29$	21	10.8%
Pobre	$0 \leq D \leq 0.20$	79	40.7%
Pésima	$D < 0$	12	6.2%
<b>Total:</b>		<b>194</b>	<b>100%</b>

Tabla 4  
Distribución del nivel de calidad de los valores D del examen de CoSNET.

Nivel de calidad	Rango	Frecuencia	Porcentaje
Excelente	$rpbis > 0.35$	48	24.7%
Buena	$0.26 < rpbis \leq 0.35$	35	18.0%
Regular	$0.15 < rpbis \leq 0.26$	46	23.7%
Pobre	$0 \leq rpbis \leq 0.15$	56	28.9%
Pésima	$rpbis < 0$	9	4.6%
<b>Total:</b>		<b>194</b>	<b>100%</b>

## Referencias

- Aiken, L.R. (1996). Tests psicológicos y evaluación. México: Prentice Hall Hispanoamericana.
- ANUIES (2007). Cobertura de Educación Superior en México 1997-1998 a 2006-2007. México: ANUIES.
- Backhoff, E., Larrazolo, N. & Rosas, M. (2000). Nivel de dificultad y poder de discriminación del Examen de Habilidades y Conocimientos Básicos (EXHCOBA) [En línea]. Revista Electrónica de Investigación Educativa, 2 (1). Disponible en <http://redie.uabc.mx/vol2no1/contenido-backhoff.html> [consulta el 9 de marzo del 2009].
- Chain, R., Cruz, N., Martínez, M. & Jácome, N. (2003). Examen de selección y probabilidad de éxito escolar en estudios superiores. Estudio en una universidad pública estatal mexicana [En línea]. Revista Electrónica de Investigación Educativa, 5 (1) Disponible en <http://redie.uabc.mx/vol5no1/contenido-chain.html> [Consulta 5 de febrero del 2009].
- Díaz-Barriga, A. (2006). Las pruebas masivas, análisis de sus diferencias técnicas. Revista Mexicana de Investigación Educativa, 11 (29), 583-615.
- Ebel, R. & Frisbie, D. (1986). Essentials of Education Measurement. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Glass, G. & Stanley, J. (1986). Métodos estadísticos aplicados a las ciencias sociales. México: Prentice Hall Hispanoamericana.
- Henrysson, S. (1977). Gathering, Analyzing and Using Data on Test Items, en Thorndike, R. (Comp.). Educational Measurement. Washington, DC: American Council on Education, 120-135.
- López, F. (2008). Tendencias de la educación superior en el mundo y en América Latina y el Caribe. Avaluacao, Campinas, Sofocaba, 13 (2), 267-291.
- Nunnally, J. & Bernstein, I. (1999). Teoría Psicométrica. México: Mc Graw Hill.
- Padilla, R. (2007). El sentido del examen en la educación superior ¿Reproducción o no demostración de lo aprendido? Reencuentro, 48, 27-33.
- Pardo, M. & Ruíz, D. (2002). SPSS 11. Guía para el análisis de datos. España: McGraw Hill.
- Santibáñez, J. (2007). Manual para la evaluación del aprendizaje infantil: Conceptos, análisis e interpretación para el proceso de evaluación. México: Trillas.
- Tirado, F.; Backhoff, E.; Larrazolo, N. & Rosas, M. (1997). Validez predictiva del Examen de Habilidades y Conocimientos Básicos (EXHCOBA), Revista Mexicana de Investigación Educativa, 2 (3), 67-84.

## Nota Autobiográfica

Dr. Ernesto Alonso Carlos Martínez. Doctor en Ciencias Sociales, Profesor Investigador Titular C en la Subdirección de Investigación y Posgrado del Instituto Tecnológico Superior de Cajeme, desarrollando proyectos relevantes como Impacto de las instituciones educativas de nivel superior en el desarrollo de las regiones y Diseño y calibración de un examen de admisión de nivel superior. profesorinvestigador@gmail.com

M.C. Ricardo Ruiz Moreno. Profesor investigador Titular B. Departamento de Ciencias Básicas. Instituto Tecnológico Superior de Cajeme. rruiz@itesca.edu.mx

Mtro. Juan Salvador Hernández Gómez. Profesor de Carrera Asociado C, PTC Ingeniería en Sistemas Computacionales. Responsable de Área de Software Libre del Instituto Tecnológico Superior de Cajeme. Responsable de Área de Software Libre con Proyectos como: GNU/Linux y Tecnologías en Software Libre ; Diseño de un Software educativo para identificar estilos de aprendizaje y evaluación de su impacto en el aprendizaje. shdz@itesca.edu.mx

# *La Matemática Contextualizada con el uso de la Tic*

Leonsio Ruiz Moreno. Profesor de Tiempo Completo del Instituto Tecnológico Superior de Cajeme.

Patricia Camarena Gallardo. Investigadora del Instituto Politécnico Nacional.

## Resumen

En este artículo se presenta el estado del arte de los temas a abordar en una investigación que tiene por objetivo medir el impacto del uso de un software matemático como herramienta cognitiva en el aprendizaje de las matemáticas en alumnos del área de ingeniería electrónica en la asignatura de ecuaciones diferenciales ordinarias. La investigación está enmarcada en la teoría denominada la Matemática en el Contexto de las Ciencias (MCC).

## Abstract

The article presents the state of the art of the topics to deal during an investigation which goal is to measure the impact of the use of mathematical software as a cognitive tool. The software was used during the learning process of mathematics of students from the area of electronic engineering, taking the subject of ordinary differential equations. The investigation is framed by the so-called theory Mathematics in the Context of Sciences.

## Palabras Clave

Tecnologías de la Información y Comunicación, Software matemático, Constructivismo, Matemáticas en el Contexto de las Ciencias, Estrategia didáctica.

## Introducción

Un hecho bastante conocido, por la mayoría de las personas que están involucradas en la educación, es la problemática existente en el aprendizaje de las matemáticas en cualquier nivel educativo. Para el caso del nivel superior, la problemática social es más compleja, ya que si no hay aprendizaje efectivo por parte de los estudiantes, entonces no serán capaces de

realizar la transferencia del conocimiento matemático a la ingeniería, lo que repercute directamente en su desarrollo profesional y posteriormente laboral.

Un factor importante respecto a esta problemática de aprendizaje de las matemáticas se debe a la poca o nula vinculación de la matemática con el contexto del área que estudia, es decir, en un curso tradicional generalmente el maestro se centra en que el estudiante adquiera habilidades procedimentales (básicamente algorítmicas)

de los temas de estudio, dejando para ello una gran cantidad de ejercicios repetitivos, descuidando la parte de comprensión de conceptos y de la vinculación de los temas matemáticos en problemas prácticos de su área. Al respecto Camarena (1995) afirma que: “Los estudiantes no tienen en claro por qué estudiar matemáticas y esto demerita la motivación hacia esta ciencia...”

Por otro lado, es importante mencionar la gran evolución, desarrollo e impacto que el uso de las Tecnologías de Información y Comunicaciones (TIC) han tenido en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, como lo son el uso de calculadoras y software matemáticos como el Derive, Maple, Matlab, Mathematica, etc., que además de servir como auxiliares en los cálculos matemáticos, permiten el desarrollo de habilidades de pensamiento. Al respecto Goldenberg (2003) afirma que: “En la actualidad una de las tendencias más fuertes en el crecimiento y evolución de las matemáticas y su enseñanza, está dada por el poder de las nuevas tecnologías...” Camarena (2006) menciona que:

“Las nuevas tecnologías han impactado de tal manera a la sociedad que es imposible prescindir de ellas, bien sea que la escuela, el aula o espacio didáctico, las tenga o no. Sin embargo, su utilización es la de mediadoras entre el docente, el saber (objeto de estudio) y el estudiante. Cada tecnología tiene su propio lenguaje y su propio canal para procesar y proporcionar la información; y de cada una de ellas, se pueden aprovechar sus posibilidades para promover y acompañar los procesos de enseñanza y de aprendizaje.”

De hecho, existen muchas investigaciones educativas que tratan de incorporar el uso de las Tecnologías y de la Información y Comunicación como un medio para fortalecer los procesos de enseñanza y de aprendizaje en los estudiantes. De manera particular el uso de software matemático comienza a caracterizarse como una herramienta didáctica que ofrece nuevas formas de enseñar y aprender matemáticas.

Por lo expuesto, se encuentra en vías de desarrollo una investigación sobre la aplicación de estrategias didácticas con el uso del software Maple como herramienta cognitiva con el objetivo de contribuir al desarrollo de estudiantes que sean capaces de realizar la transferencia del conocimiento en su vida laboral y profesional. Para abordar exitosamente el problema de investigación es necesario establecer el estado del arte en los temas a tratar, por lo que este artículo se aboca a presentar la indagación relativa al estado del conocimiento del área del uso de las TIC y de una matemática presentada en contexto.

### ANÁLISIS

En este apartado se describirán algunos trabajos que se han realizado bajo la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias y otros relacionados al uso de la tecnología, que dan una idea general del estado del arte del problema.

La matemática en las carreras del área de ingeniería debe ser considerada como una herramienta de apoyo con el fin de que el estudiante pueda hacer uso de ella para dar solución a problemas prácticos relacionados con su área de estudio, sin olvidar el carácter formativo que ésta ofrece (Camarena, 1987). Por ello se debe de lograr que su enseñanza sea eficiente, para que los estudiantes adquieran los aprendizajes que les permitan un mejor desenvolvimiento académico y profesional.

La Matemática en el Contexto de las Ciencias es una teoría que nace en 1982 y reflexiona acerca de la vinculación que debe existir entre las matemáticas y las ciencias que la requieren, la matemática y la vida cotidiana, así como entre la matemática y las actividades laborales y profesionales (Camarena, 2008). La teoría contempla 5 fases las cuales están presentes en el proceso de enseñanza y de aprendizaje: La curricular (desde 1984), la didáctica (desde 1987), la epistemológica (desde 1988), la docente (desde 1990) y la cognitiva (desde 1992). Véase figura 1.

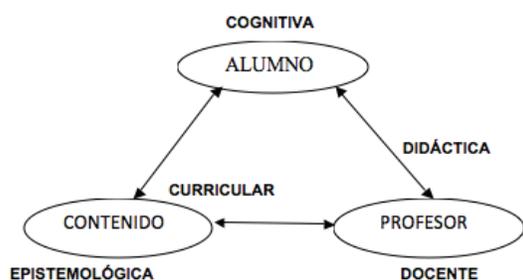


Figura 1. Una terna dorada en educación. Fuente: Camarena (2008)

Existen algunos investigadores que han trabajado con relación a esta problemática de descontextualización de la matemática, entre ellos se puede mencionar a Camarena (1984) y Muro (2004), bajo la teoría denominada Matemáticas en el Contexto de las Ciencias. Algunos trabajos desarrollados bajo esta teoría son los siguientes:

Camarena (1987) presenta como tesis de maestría, el primer trabajo el cual tiene por título “Diseño de un curso de ecuaciones diferenciales en el contexto de los circuitos eléctricos”, donde la autora describe experiencias de aprendizaje significativo para que los estudiantes construyan su conocimiento sobre las ecuaciones diferenciales ordinarias lineales en el contexto de los circuitos eléctricos. Asimismo, en la parte epistemológica de las ecuaciones diferenciales pone a la luz la génesis de la vinculación de las impedancias complejas con las ecuaciones diferenciales.

De manera similar Hernández (2009) presenta como tesis de maestría “Las ecuaciones diferenciales ordinarias lineales de primer y segundo orden en el contexto del movimiento uniforme” donde muestra que se pueden contextualizar las ecuaciones diferenciales y trabajar con la estrategia didáctica de la Matemática en Contexto para que el alumno desarrolle habilidades para resolver problemas de las ecuaciones diferenciales y de su vida diaria.

Por otro lado Muro (2004) presenta como trabajo doctoral la tesis titulada “Análisis del conocimiento del estudiante relativo al campo conceptual de la serie de Fourier en el contexto de un fenómeno de transferencia de masa”. Este trabajo describe el conocimiento de un grupo de dos estudiantes de Ingeniería Química (analizadas en cinco sesiones de trabajo) relativo a un campo conceptual de la serie de Fourier en el contexto de la transferencia masa, obteniendo como resultados claridad y conocimiento en los alumnos, acerca de realizar una contextualización adecuada de una serie de Fourier a un problema concreto de su área de estudio, el cual consiste en describir el comportamiento de un fenómeno de transferencia de masa en el tiempo.

En ese mismo año, Zúñiga (2004) presenta en su tesis doctoral “Funciones cognitivas: Un análisis cualitativo sobre el aprendizaje del cálculo en el contexto de la ingeniería”, un trabajo de investigación donde se analiza el funcionamiento cognitivo de los estudiantes a una experiencia de aprendizaje sobre contenidos del cálculo diferencial de dos variables y la derivada parcial diseñada específicamente en el contexto de la ingeniería. Específicamente se plantea la interrogante ¿Qué sucede en el aspecto cognitivo en los estudiantes de cálculo cuando el proceso de aprendizaje se realiza en escenarios contextualizados de ingeniería?

Obteniendo como conclusión el haber encontrado evidencia de que cuando los conceptos y métodos del cálculo diferencial en dos variables independientes se tratan en escenarios del contexto de ingeniería, el estudio de contenidos adquiere sentido para los estudiantes y sucede, en términos generales, un aprendizaje significativo particular en el ámbito de su formación profesional.

Ahora presentamos algunos estudios que se han realizado, referente al impacto que pueden tener el uso de software matemático existentes como lo son el Matemática, Derive, Matlab, Maple, etc. en el aprendizaje de las matemáticas, cuando éste se implementa con una teoría constructivista.

Vilchez (2007) presenta un artículo sobre la utilización de sistemas instruccionales (software matemático) como una metodología complementaria para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática superior y muestra cómo a través de ésta se adquieren competencias que son difíciles de alcanzar por medio de una enseñanza tradicional como lo son: Aprendizaje autodirigido, gestión del propio conocimiento, automotivación y autodirección.

Por otro lado Cuicas, Debel, Casadei y Álvarez (2007), presentaron un trabajo bastante completo sobre la relación que existe entre el uso de estrategias instruccionales basadas en el software matemático Matlab y el desarrollo de habilidades y mejoramiento en el aprendizaje del cálculo integral en estudiantes del Decanato de Ingeniería Civil de la Universidad Centroccidental “Lisandro Alvarado” (UCLA), la investigación fue cuasi-experimental y usó para el contraste de hipótesis, la prueba t para muestras relacionadas. Además se aplicaron dos pruebas, tres asignaciones, una lista de cotejo y una entrevista semiestructurada. Los datos recogidos se analizaron utilizando estadística descriptiva, llegando a la conclusión de que a) los conocimientos de los discentes mejoraron y b) éstos pusieron en práctica sus procedimientos (sus habilidades cognoscitivas y metacognitivas). Por lo tanto, el estudio aportó evidencias para usar el software matemático bajo una metodología constructivista.

Otro estudio similar lo presentó Castillo (2008). Donde se establece una propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC en el proceso de enseñanza y el aprendizaje de la matemática. Se realiza una revisión bibliográfica sobre el constructivismo y lo vincula con la práctica pedagógica en la enseñanza de la matemática apoyada en tecnologías de información y comunicación. Realza el papel de la tecnología en el aprendizaje y enseñanza efectiva; además, señala cómo usar las TIC con un enfoque constructivista, y presenta un ejemplo a través del aprendizaje por proyectos, explicando sus ventajas.

Por su parte Guedez (2005), presenta una investigación sobre el aprendizaje de funciones reales utilizando un software educativo. La experiencia se realizó con estudiantes de Educación mención Matemática de la Universidad de Los Andes Táchira. Con la finalidad de determinar el rendimiento académico se aplicó un Pre-Test y Post-Test. Se seleccionó un grupo experimental que recibió un tratamiento (clases utilizando un software educativo) y un grupo control como patrón de comparación, el cual sólo recibió clases aplicando una estrategia docente tradicional. Se diseñó y elaboró un software educativo con un enfoque constructivista bajo la modalidad tutorial, denominado FunReal 1.0, cuya implementación en la práctica permitió a los estudiantes ser más activos, creativos, participativos y autónomos en la adquisición de conocimientos. El estudio desarrollado fue de tipo mixto y los resultados mostraron que el incremento en las calificaciones obtenidas por el grupo experimental, es significativo, lo cual evidencia la producción de un impacto positivo sobre el proceso de aprendizaje del mencionado grupo.

Siguiendo esta línea de trabajo, Escudero, Llinas, Virgilio y Rojas (2004) presentaron un estudio en el primer congreso internacional de educación mediada con tecnologías sobre la influencia de la tecnología en las asignaturas de cálculo diferencial y estadística descriptiva, con el apoyo de los programas matemáticos Derive y Statgraphics. Se realizó un diseño cuasi experimental mediante un grupo de control y uno experimental para cada materia, con aplicación sólo de un posttest, donde se encontró un ligero mejor desempeño en los grupos experimentales a los que se le aplicó el tratamiento, respecto a los grupos de control que no recibieron tratamiento, obteniendo estadísticamente que no existe una diferencia significativa, entre los grupos. Sin embargo expresan que, debido a las interacciones que se observaron entre los estudiantes, los estudiantes y el profesor y los estudiantes y los medios, cualitativamente se pone en evidencia una tendencia al mejoramiento del aprendizaje del cálculo y de la estadística cuando se utilizan los medios computacionales como herramientas cognitivas para el desarrollo del pensamiento matemático.

Por último Ríos (1998), presentó una experiencia donde usó los softwares matemáticos Matlab y Anugraph para que los estudiantes pudieran “experimentar con los objetos matemáticos y sus propiedades, hacer conjeturas y descubrir por sí mismo resultados importantes” (Ríos, 1998). Bajo este enfoque la función del alumno consiste en planificar, interpretar, decidir, descubrir, y el software se utiliza como una herramienta para efectuar actividades más rutinarias como la de calcular y graficar; Así el software es usado como una herramienta cognitiva pues asume aspectos de una tarea liberando espacio cognitivo que el alumnado puede emplear en pensamientos de nivel superior, citado en Cuicas, Debel, Casadei y Álvarez (2007).

## Conclusiones

Como se ha mencionado anteriormente, existen dos factores asociados a la didáctica de las matemáticas que afectan de manera considerable que en el estudiante se presente apatía y desinterés por aprender matemáticas propiciando además que el aprendizaje adquirido sea no significativo, sino más bien de corto plazo, en la concepción de Ausubel (1976), éstas son: La enseñanza en forma tradicional y la poca o nula vinculación entre los contenidos matemáticos y la aplicación práctica de su área de estudio. Por otro lado, se ha mostrado la necesidad e importancia que ha tenido el uso de las nuevas tecnologías en general y de usos de software matemáticos, en particular, en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. De acuerdo a lo que se mostró en el estado del arte, el problema de aprendizaje de la matemática, se abordará tomando en consideración la teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias, en los estudiantes de ingeniería mecánica donde se pretende aplicar estrategias con el uso del software matemático Maple como herramienta cognitiva, con la intención de contribuir al desarrollo de profesionales capaces de realizar la transferencia del conocimiento matemático a la ingeniería. Los grupos fueron elegidos de la totalidad de alumnos que cursaban la materia de matemáticas V (Ecuaciones diferenciales) de la carrera de ingeniería mecánica que se ofrece en el Instituto Tecnológico Superior de Cajeme (ITESCA), que se encuentra ubicado en la Ciudad de Obregón (Sonora, México). En este caso la totalidad de alumnos está conformada por dos grupos uno de 13 estudiantes y el otro de 12. Los grupos de estudiantes estuvieron matriculados en el segundo semestre del 2011.

## Referencias

Ausubel (1976). *Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo*. México. Trillas.

Camarena, G. P. (1984). *El currículo de las matemáticas en ingeniería*. Memorias de las Mesas redondas sobre definición de líneas de investigación en el IPN, México.

Camarena, G. P. (1987). *Diseño de un curso de ecuaciones diferenciales en el contexto de los circuitos eléctricos*. Tesis de Maestría en Matemática Educativa, CINVESTAV-IPN, México.

Camarena, G. P. (1995). *La enseñanza de las matemáticas en el contexto de la ingeniería*. XXVIII Congreso Nacional de la Sociedad Matemática Mexicana, México.

Camarena, G. P. (2006). *Reporte de investigación titulado. La matemática en el contexto de las ciencias y los retos*. ESIME-IPN, México.

Cuicas, Debel, Casadei y Álvarez (2007). El software matemático como herramienta para el desarrollo de habilidades del pensamiento y mejoramiento del aprendizaje de las matemáticas. *Revista electrónica "Actualidades Investigativas en Educación"*. Recuperado el 20 de septiembre del 2010, de <http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=44770209>

Castillo (2008). Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. Recuperado el 27 de octubre del 2009, de <http://redalyc.uaemex.mx/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=3351202>

Escudero, Llinas, Virgilio y Rojas (2004). Influencia de la tecnología en el aprendizaje de las asignaturas: Calculo diferencial y estadística descriptiva. *Primer Congreso Internacional de Educación Mediada con Tecnologías*. Recuperado el 5 de noviembre del 2009, de [http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-74035\\_archivo.pdf](http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-74035_archivo.pdf)

Guedez (2005). El aprendizaje de funciones reales con el uso de un software educativo: una experiencia didáctica con estudiantes de educación de la ULA-Táchira. Recuperado el 20 de septiembre del 2010, de <http://www.saber.ula.ve/bitstream/123456789/17251/2/articulo4.pdf>

Goldenberg, P. (2003). *Pensando (y hablando) sobre tecnología en la clase de matemáticas*. Recuperado el 4 de noviembre de 2009, de <http://www.eduteka.org/Temarg.php>

Hernández, R. M. A. (2009). *Las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer y segundo orden en el contexto del movimiento uniforme*. Tesis de maestría en ciencias en matemática educativa. Instituto Politécnico Nacional, México.

Muro, U. C. (2004). *Análisis del conocimiento del estudiante relativo al campo conceptual de la serie de Fourier en el contexto de un fenómeno de transferencia de masa*. Tesis de Doctorado en Ciencias en Matemática Educativa, Instituto Politécnico Nacional. Recuperado el 5 de noviembre de 2009, de <http://hdl.handle.net/123456789/1347>

Ríos (1998). El uso de la tecnología en la clase de matemáticas. Recuperado el 12 de septiembre del 2010, de <http://lsm.dei.uc.pt/ribie/docfiles/txt20034242/438126M.PDF>

Vilchez (2007). Sistemas expertos para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en la educación. Recuperado el 20 de noviembre del 2010, de [http://cimm.ucr.ac.cr/cuadernos/cuaderno3/cuaderno3\\_c2.pdf](http://cimm.ucr.ac.cr/cuadernos/cuaderno3/cuaderno3_c2.pdf)

Zúñiga S. L. (2004). Funciones cognitivas: un análisis cualitativo sobre el aprendizaje del cálculo en el contexto de la ingeniería. Tesis de Doctorado en Ciencias en Matemática Educativa, Instituto Politécnico Nacional. Recuperado el 7 de noviembre del 2009, de <http://hdl.handle.net/123456789/1347>

#### Nota Autobiográfica

Mtro. Leonsio Ruiz Moreno es profesor de tiempo completo del Instituto Tecnológico Superior de Cajeme, posee una amplia experiencia docente en el nivel superior. Su formación es Licenciado en Matemáticas con Maestría en Ciencias Matemáticas y actualmente se encuentra cursando un Doctorado en Educación. [lruiz@itesca.edu.mx](mailto:lruiz@itesca.edu.mx)

Dra. Patricia Camarena Gallardo es doctora en Matemática Educativa, investigadora del Instituto Politécnico Nacional. Miembro del Sistema Nacional de Investigadores, nivel 2. Autora de varios libros y artículos relacionados con educación matemática y educación en línea. [patypoli@prodigy.net.mx](mailto:patypoli@prodigy.net.mx)

# *El Marketing Urbano como Herramienta de Apoyo a la Gestión del Turismo de Ciudad, Estudio de un Caso; El Patrimonio Industrial*

Rigoberto Anguiano Aldama. Responsable del Centro de Estudios de Marketing y Desarrollo Urbano CEMADU del Instituto Tecnológico Superior de Cajeme.

José Armando Pancorbo Sandoval. Profesor Titular de Marketing en el Departamento de Economía y Turismo de la Universidad de Matanzas “Camilo Cienfuegos”, Cuba.

## Resumen

El desarrollo urbanístico a nivel internacional afronta varios retos entre los que se encuentra la reutilización de antiguos espacios industriales abandonados o en declive. Generar nuevos usos y lugares a partir de las huellas de la industrialización implica dotar a estos espacios de nuevos valores de carácter patrimonial y una de las herramientas que hacen posible este hecho, es la utilización del Marketing Urbano que posibilita alternativas para la toma de decisiones a los actores locales, quienes deciden qué hacer con estas antiguas instalaciones industriales. El objetivo principal de este artículo es exponer las ventajas de aplicar el marketing urbano para poder definir el empleo más adecuado para estas zonas que tuvieron un gran valor en su momento y que ahora pueden erigirse como parte del patrimonio, identidad y memoria colectiva de una ciudad.

## Abstract

The urban development at the international level faces several challenges including the reuse of old industrial sites abandoned or in decline. Generate new uses and places from the traces of industrialization means to provide these spaces for new values of economic nature and one of the tools that make this possible, is the use of Urban Marketing enabling alternatives for decision-making to local players, who decide what to do with these old industrial plants. The main objective of this article is to expose the benefits of implementing urban marketing, in order to define the most appropriate use for these areas that were a great value at the time and now can be erected as part of the heritage, identity and collective memory of a city.

## Palabras Clave

marketing urbano, turismo, patrimonio industrial, identidad urbana y memoria colectiva.

## Introducción

El territorio ha constituido históricamente una compleja estructura socioeconómica que reúne potencialmente las características de un bien cultural. Los territorios marcados por procesos industriales son testigos poderosos e insustituibles de importantes transformaciones socioeconómicas y políticas que han creado los atributos de una determinada localidad en determi-

nados momentos de su historia y evolución, como puede ser el caso de la ciudad de Bilbao, España. Dicha ciudad, durante años tuvo una marcada vocación industrial y en este momento apuesta por ser una ciudad de servicios y estrechamente vinculada al turismo, pero siempre respetando su pasado industrial.

Este doble motivo de presencia, como soporte físico y como producto histórico-geográfico, hace de la aproximación territorial una dimensión inseparable de cualquier reflexión sobre el patrimonio industrial y, desde luego, de todo intento por preservarlo, difundirlo y utilizarlo.

En el proceso de industrialización ha jugado y juega un rol vital la arquitectura como la disciplina que va a permitir crear la estructura que contendrá la tecnología industrial en cuestión y que además, va a materializar todos los avances científicos y tecnológicos en términos de la concepción de nuevas tipologías con lenguaje propio, introducción de nuevos materiales constructivos y nuevas técnicas de construcción.

Uno de los temas que sobre esta arquitectura ha suscitado más debate últimamente, es la intervención al patrimonio industrial, para transformarlo en parte de los espacios urbanos atractivos para los residentes y para los visitantes.



El patrimonio industrial y su puesta en valor como estrategia de desarrollo en la ciudad

El término se comienza a utilizar a partir de una publicación de Michael Rix titulada "El Historiador Amateur" en el año 1955, donde se enfatiza la importancia de la conservación de los testimonios heredados de la revolución industrial, tanto por el valor histórico que poseen, como por su importancia en la formación de la identidad de los grupos sociales involucrados. A partir de esta fecha, y durante las décadas del 50 y del 60', se comenzarían con los primeros estudios sobre arqueología industrial en Inglaterra, Estados Unidos y otros países, que han continuado en la actualidad en diversas partes del mundo. Con estos estudios e investigaciones se comenzaron a generar los primeros intentos de recuperación y revalorización de los espacios industriales abandonados o subaprovechados, transformándolos en museos, incorporándolos a circuitos turísticos, por ejemplo.

A lo largo del tiempo, algunos lugares han encontrado en su herencia industrial elementos patrimoniales que se han valorado en el mercado, desde el punto de vista arquitectónico, museístico o recreativo. Existen ya un suficiente número de iniciativas y experiencias respecto a la utilización de los restos industriales del pasado y actuales. Como centros de recursos de carácter cultural y didáctico, las cuales pueden servir de referencia para iniciativas semejantes en nuestra ciudad. De la utilización del patrimonio industrial, como atractivo de las ciudades para visitantes extranjeros, se pueden citar varios casos como por ejemplo, el Museo de la Electricidad de Lisboa; el Museo de la Ciencia y la Tecnología de Cataluña, en Terrassa Provincia de Barcelona, España; el Parque Fundidora en Monterrey, México, o Puerto Madero en Buenos Aires, Argentina, además de otros países como Inglaterra, Francia, Alemania, Bélgica y Estados Unidos que han rescatado y regenerado muchas zonas fabriles y portuarias, para dedicarlas luego al turismo y convertirlas en referencias importantes para sus ciudades.

Algunos de estos proyectos se incluyen dentro de los movimientos de dinamización territorial que en las últimas décadas proponen que es posible considerar que los recursos del turismo, el ocio, la promoción cultural, natural y de cualquier tipo de atractivo con un cierto interés, integran un potencial estratégico de futuro en algunas áreas del interior: Se contemplan estos recursos como una alternativa para un nuevo modelo de desarrollo local que ayude a superar un periodo de recesión económica, demográfica y social, consecuencia de la desaparición o el declive irreversible de las actividades productivas tradicionales, y de su no- sustitución por otras en breve. (Llurdes i Coit, 1995).

En México, lamentablemente aún en ocasiones se superpone la obsolescencia funcional que suponen estos espacios que fueron diseñados específicamente para otro uso y los extensos metros cuadrados sin uso específico, que afectan la gestión empresarial, no existiendo en ocasiones un inventario evaluado por especialistas en el sector de la arquitectura y arqueología industrial sobre la importancia de las edificaciones, máquinas y componentes. Diagnosticar si se pueden considerar dentro de los parámetros de Patrimonio Industrial. De tal modo, autores como la especialista María Bustamante Harfush, cita el caso en Tultitlán, Estado de México, de la embotelladora Bacardí, localizada sobre la autopista México-Querétaro, proyecto de las oficinas del afamado arquitecto Ludwig Mies van der Rohe y del proyecto de la planta embotelladora que estuvo a cargo de Félix Candela. Ninguna de estas construcciones, según la experta Bustamante, está catalogada por las instituciones encargadas de hacerlo; sin embargo, sí están catalogadas dentro de algunas guías de arquitectura del Siglo XX.

Casos como los citados anteriormente, indican la necesidad de conciliar los elementos técnicos, históricos y sociales antes de decidir la demolición de una infraestructura que ha cerrado su ciclo productivo, pero que puede iniciar otro vinculado a la gestión de servicios o inclusive mantenerse como un museo donde se explique cómo funcionaban algunas tecnologías obsoletas en este momento.

Pero para poder demostrar la necesidad de mantener una edificación como pueden ser antiguos talleres de ferrocarril o una planta eléctrica, es imprescindible demostrar la viabilidad económica y social del nuevo uso para los residentes, empresarios y demás implicados en la gestión de una ciudad.

Es importante considerar a la edificación a "evaluar" dentro de un destino, donde su nuevo uso, posibilitará mejorar la calidad de vida de los residentes en la misma. Es necesario desarrollar estudios de mercado que posibiliten determinar la factibilidad de la instalación como sede de nuevas actividades que pueden ser sociales, económicas o administrativas. Es en este momento en que se hace válida la utilización de nuevas técnicas como es el Marketing Urbano.

---

Para más detalle se recomienda leer el artículo titulado La reciente demolición de la fábrica Chrysler de México de dicha autora.

Marketing Urbano como estrategia para revitalizar el patrimonio industrial.

El Marketing Urbano como subsistema del sistema del Marketing, va a estudiar el comportamiento de las ciudades a partir de sus necesidades, pero también de los deseos de cómo quieren que se desarrollen los ciudadanos y demás consumidores de la misma, (inversionistas, turistas, entre otros).

El Marketing Urbano posibilita concretar, pues la planificación estratégica territorial en forma tal, de lograr entre otros los siguientes beneficios (Godet, 1991; Portas, 1996; Rabinovitch y Leitman, 1996):

- \* Ofrece una visión global e intersectorial del sistema urbano a largo plazo.
- \* Identifica tendencias y anticipa oportunidades.
- \* Formula objetivos prioritarios y concentra recursos limitados en temas críticos.
- \* Estimula la comunicación entre los diferentes agentes locales y el entorno exterior.
- \* Favorece al tejido social y la conservación del medio ambiente.
- \* Implica a la iniciativa privada.
- \* Amplía la perspectiva política y social.
- \* Favorece el establecimiento de alianzas entre diversas entidades y fuerzas políticas.

El Marketing Urbano tiene la responsabilidad de facilitar el proceso de intercambio que la ciudad establece con su mercado. La gestión del proceso de intercambio supone, por una parte, el diseño y la realización de actividades orientadas a investigar las necesidades y deseos del mercado, con la finalidad posterior de diseñar una oferta que se adapte a tales exigencias. Asimismo, y a posteriori, se trata de investigar también cuál es el grado de satisfacción que los clientes alcanzan con los productos o servicios ofertados (seguridad ciudadana, salud, educación, turismo, etc.) y por otra parte, implica el desarrollo de actividades tendentes a despertar la demanda y a servir o colocar los productos o servicios en el mercado considerado.

En definitiva, es la orientación de marketing urbano la que conecta la ciudad con su mercado, investigando y atendiendo las necesidades que en el mismo se manifiestan y todo esto se realiza en competencia con otras ciudades que actúan en el mismo mercado.

Uno de los principales problemas que enfrentan hoy los gestores urbanos es la reutilización de espacios industriales que han sido relevados por las nuevas tecnologías. En este sentido los expertos en marketing sugieren desde hace varios años la reconversión de este patrimonio industrial en espacios tematizados que den respuesta a las necesidades y deseos de los ciudadanos y demás demandantes del producto urbano.

La tematización y los riesgos de la exclusión urbana a partir del uso de las herramientas del marketing de ciudad.

La tematización de las ciudades se enmarca dentro de las estrategias de posicionamiento de éstas en un ambiente de creciente competitividad donde el ocio juega un papel fundamental. La cultura (y evidentemente el patrimonio cultural y la creación artística) juega aquí un rol diferenciador en el marco de la configuración de las políticas urbanas ya que se pueden constituir como motor económico de desarrollo.

Antes de centrarnos en el caso concreto de la tematización de las ciudades a partir de sus recursos culturales es preciso contextualizar el proceso actual en relación con el uso de diferentes estrategias para incorporar el ocio en sus políticas de regeneración urbana. Es preciso referirnos al concepto de "ciudad emprendedora" que, como sugiere Sara González (2002), "viene desde hace algunos años aglutinando una corriente de estudios provenientes sobre todo de la geografía urbana y que hace referencia a las ciudades que adoptan estrategias más propias de la empresa que de los poderes públicos para salir adelante y tener éxito en una economía cada vez más global". La "ciudad emprendedora" viene asociada a "nuevas políticas urbanas", término empleado por Cox (1993) para bautizar a los estudios urbanos centrados especialmente en profundizar sobre las conexiones entre las ciudades y el espacio económico global. La diferenciación y los productos de valor añadido se tornan fundamentales para determinar las ventajas competitivas entre las ciudades, especialmente aquellas ciudades industriales que han perdido competitividad y están desarrollando nuevos emprendimientos de reconversión industrial y una orientación hacia el sector servicios.

La necesidad o la creciente tendencia a utilizar estrategias empresariales como las campañas de marketing en las ciudades, está directamente relacionada con la competitividad interurbana. En este sentido no sólo se emplean estas estrategias para favorecer la instalación de nuevas empresas mediante condicionantes de tipo económico y tecnológico sino que también se aplican en la diferenciación y diversificación de ciudades como sedes de grandes eventos, como destinos para el estudio universitario o aprendizaje de idiomas o como marcas turísticas internacionales.

Se han empezado a explorar los diferentes gustos estéticos y se ha otorgado más importancia a la producción y consumo de lo que Bourdieu (2007) llama el "capital simbólico".

En el contexto urbano, esto se ha reflejado en la mayor demanda por parte de las crecientes clases medias de equipamientos de ocio e instalaciones culturales, que hay que interpretar como consecuencia de las políticas culturales públicas de los últimos veinte años que tenían como objetivo favorecer el acceso a la cultura a la ciudadanía, creando e impulsando pautas de consumo cultural, y educando públicos que demandan cada vez más servicios de mayor calidad (Jensen-Butler 1997).

La tematización patrimonial de las ciudades responde a las expectativas ocasionadas por el turismo cultural, una de las modalidades más dinámicas establecidas recientemente desde el punto de vista de la demanda. No son pocas las ciudades que han desarrollado políticas, programas y acciones para revalorizar sus propios recursos y configurar productos turísticos comercializables tanto en el mercado de proximidad como en el nacional e internacional. De todas formas, nos sumamos a la sugerencia de Andre, M. (2003), que consideran que “la actividad turística no debe contemplarse como una finalidad en sí misma, sino como un instrumento que permita el desarrollo óptimo de la actividad económica y social del territorio en cuestión”. Se hace necesario definir los destinos turísticos de forma integral, es decir, mediante la incorporación de todos los recursos y/o productos existentes a una oferta global, articulada en el territorio y acorde al tejido social y económico presente en el mismo.

El Marketing Urbano tiene entre sus objetivos, modificar la imagen de la ciudad, como es el caso de Bilbao, de ciudad industrial-siderúrgica a ciudad de servicios. Estas estrategias no sólo van asociadas al exterior para posicionar la ciudad en el “mercado de localizaciones” o como ciudad de negocios, eventos o destino turístico. Las acciones hacia los residentes van destinadas a promocionar la ciudad en relación con parámetros vinculados con el bienestar económico y la calidad de vida. La cultura se integra en las estrategias de ofrecer una imagen de ciudad post-industrial y post-moderna que se reflejan en la construcción de un nuevo paisaje urbano como es el caso de la ría de Bilbao con el Museo Guggenheim, obra de Frank O. Gehry. Del mismo modo que Frank Lloyd Wright con su museo Guggenheim de New York en forma de espiral, Gehry creó un espacio para el arte que se convirtió al mismo tiempo en una escultura gigante de titanio, icono de la ciudad y referencia mundial de los nuevos tiempos en la arquitectura.

Una de las estrategias que están desarrollando la mayor parte de las ciudades es el uso de la tematización o de la multitematización de su espacio para la presentación de productos de turismo cultural orientados tanto al turismo de proximidad como al turismo internacional. El patrimonio cultural suele ser la base sobre la que se estructuran la mayor parte de propuestas (Ballart y Tresserras 2007).

El patrimonio industrial y otros recursos culturales pueden constituir una auténtica variable de desarrollo. “La gestión inteligente del patrimonio está suponiendo en diversos lugares uno de los factores claves para su desarrollo económico, porque atrae turismo e inversiones, porque genera actividades y lugares de trabajo y, fundamentalmente, porque refuerza la autoestima de la comunidad” (Sabaté y Lista, 2001)

La revitalización del patrimonio industrial privilegia la construcción de una imagen que otorga identidad al territorio, donde el patrimonio y otros recursos culturales, históricos y escénicos se combinan, exponen, aumentan y promueven intencionadamente para formar un paisaje acordado, convenido que cuenta la historia de dicho territorio y sus residentes. El patrimonio industrial requiere e inicia un cambio en los significados simbólicos de un determinado paisaje o territorio. Transforman áreas de decadencia productiva tanto, por el fomento del turismo, como por la revitalización del espíritu comunitario, los cuales conjuntamente pueden atraer nuevas inversiones.

La imagen de estos proyectos generalmente es desarrollada alrededor un tema común, de episodios productivos o históricos que han influido en la cultura y la historia de un territorio. Por ejemplo, los modelos seguidos en la gran mayoría de los parques patrimoniales desarrollados en Estados Unidos realzan la sustancia histórica y la identidad geográfica (muchos proyectos se asocian con un recurso natural o cultural de gran escala) como ingredientes fundamentales en la composición de la imagen de un parque patrimonial.

Uno de los errores más comunes y actuales en la planificación territorial es desarrollar lo que denominan algunos autores como la “mcdonalización” de la imagen urbana, en este sentido algunas antiguas instalaciones industriales son reconvertidas en zonas comerciales y/o de ocio en general, sin que se respeten los elementos diferenciadores de estas instalaciones y que significan para los ciudadanos, referencias emocionales importantes, lo que supone un tratamiento maduro y consensuado entre técnicos, autoridades y ciudadanos.

En definitiva intervenir estos edificios industriales sugiere una política pública de alta consideración a su estatus patrimonial, pero también un ánimo de generar espacios públicos altamente redituables en donde sea posible generar condiciones ventajosas para la calidad de vida de los habitantes y evitar en lo posible que se conviertan en espacios de exclusión. En sociedades abiertas y participativas, los proyectos de reconversión del patrimonio industrial generan sinergias muy importantes y se encuentran en la mesa de discusión. Horacio Cappel (2007) -

La conservación del patrimonio industrial es importante para entender el presente y para proyectar el futuro. Para evitar la homogenización. Por que con su destrucción se pierde diferencia, especificidad y diversidad: Por que sus muestras constituyen alternativas al modelo urbano uniformizador y posibilidades diversas para la vida en la ciudad, condición para la supervivencia de la multiplicidad urbana.

#### Conclusiones

1. El patrimonio industrial y el paisaje cultural constituyen elementos dinamizadores del desarrollo territorial; de modo especial, el papel de catalizadores en la reactivación de paisajes y áreas que buscan superar los impactos territoriales, económicos y sociales, derivados de procesos de pérdida de base económica y/o des-industrialización.
2. El rescate de la patrimonio industrial debe partir de una evaluación técnica realizada por expertos en arquitectura en colaboración con especialistas en cultura, economía y administrativos, para poder determinar no sólo la valoración técnica, sino también la evaluación hedónica de la instalación.
3. La aplicación de las técnicas de marketing urbano, facilitará la revitalización de las ciudades en crisis mediante el desarrollo del turismo y en especial guiando cómo podrían convertirse las instalaciones industriales obsoletas a usos turísticos.
4. El turismo y el ocio como actividades económicas posibilitan recuperar espacios abandonados en centros cívicos y/o turísticos, pero para ello se requiere de un serio trabajo de equipo de arquitectos que posibiliten salvar los valores de la edificación como parte de sus atributos como nuevo producto turístico, como puede ser estilo arquitectónico, materiales constructivos, tecnologías empleadas para la construcción, etc.
5. El desafío a que se enfrentan los equipos de arquitectos en este momento en la revitalización del patrimonio industriales, en primer lugar, demostrar la validez de la infraestructura como patrimonio industrial y en segundo lugar, dar respuestas técnicas a su recuperación, para lo cual su alianza con los expertos en marketing urbano les posibilitará determinar oportunidades en el mercado del ocio y del turismo.

#### Referencias

ANDRE, M., Cortes I. y López J. (2003) "Turismo cultural: Cuando el recurso cultural supera al destino turístico. El caso de Figueres". XII simposio internacional de turismo y ocio (Barcelona abril 2003). ESADE-Fira de Barcelona. Barcelona  
 BALLART, Hernández, J. y TRESSERRAS, J. (2001). Gestión del patrimonio cultural. Editorial Ariel. Barcelona. España

BOURDIEU, P. (2007) "Capital cultural, escuela y espacio social" Siglo XXI editores. Págs. 23-40. México

CAPEL, H. (1996): «La rehabilitación y el uso del patrimonio histórico industrial». Document d'Anàlisi Geogràfica, n° 29, pp. 19-50.

COX, K.R. (1993) "The local and the global and the new urban politics: a critical review" .Environment and planning: Society and Space D.N° 11 Págs. 433-448

GODET, M. (1991) Prospectiva y planificación estratégica. S.C. Editores. 346 Pp. Barcelona

GONZALEZ, Sara. <http://www.ciudad-derechos.org/espanol/invest.html>

JENSEN-BUTTLER, C y VAN WESSEP, J., (1997) "Perspective: Competition, urban planning and urban policy" en JENSEN-BUTTLER, C. SACHAR, A. Y VAN WESSEP, J. (eds.) European cities in competition, Aldershot, Aldershot

JONAS, Rabinovith y JOSEF, Leitman. (1996) Revista Investigación y ciencia, ISSN 0210-136X, págs. 62-69 Universidad de la Rioja, España

LLURDES I COIT, Joan. (1995). El Turismo de Patrimonio Industrial y Minero. Una experiencia de turismo interior explotada en el Estado español. Departamento de Geografía. Universidad Autónoma de Barcelona. España.

PORTAS, Nuno. El planeamiento urbano como proceso de regulación variable", en Revista Ciudades N° 3, Instituto de Urbanística de la Universidad de Valladolid, España, 1996.

SABATÉ, J. y LISTA, A. (2001) Casos d'estudi europeus. En: SABATÉ, J y SCHUSTER, J M (eds.) Projectant l'eix del Llobregat. Paisatge cultural i desenvolupament regional, Barcelona.

#### Nota Autobiográfica

M.A.Rigoberto Anguiano Aldama es Maestro en Arquitectura, Profesor titular de Urbanismo y Teoría de la Arquitectura y Responsable del Centro de Estudios de Marketing y Desarrollo Urbano CEMADU del Instituto Tecnológico Superior de Cajeme en Cd. Obregón, Sonora, México. [ranguiano@itesca.edu.mx](mailto:ranguiano@itesca.edu.mx)

Dr. C. José Armando Pancorbo es Doctor en Economía por la Universidad de León, España, Profesor Titular de Marketing en el Departamento de Economía y Turismo de la Universidad de Matanzas "Camilo Cienfuegos", Cuba, Profesor Visitante del Instituto Tecnológico Superior de Cajeme, Cd. Obregón, Sonora México y de la Universidad de León, España. [pancor42@yahoo.com](mailto:pancor42@yahoo.com)

# *Rotación y traslación de cuerpos rígidos utilizando el álgebra de cuaterniones.*

Juan Enrique Palomares Ruiz. Jefe de la División de Ciencias Básicas. Instituto Tecnológico Superior de Cajeme.

Francisco Javier Ochoa Estrella. Profesor Investigador Tiempo Completo. Instituto Tecnológico Superior de Cajeme.

## Resumen

El presente documento tiene por objetivo principal, describir el conjunto de los cuaterniones y las operaciones usuales que se definen sobre éste, y demostrar que en realidad éstos forman un espacio vectorial normado. Además de definir las transformaciones lineales que se presentan sobre éstos, de una manera formal, con la finalidad de obtener una metodología que permita modelar la rotación y traslación de multicuerpos rígidos, formando una cadena cinemática abierta, que es la idealización matemática de un robot manipulador.

## Abstract

This document is intended primarily to describe the set of quaternions and the usual operations defined, and to prove that they actually form a normed vector space. Besides defining tree linear transformations, in a formal manner, in order to obtain a methodology to model the multi-body rotation and translation of rigid body, forming an open kinematic chain, which is the mathematical idealization of a robot manipulator.

## Palabras clave

Modelación, matemática, cuaterniones, cinemática, rotación, traslación, espacio vectorial.

## Introducción

Para poder modelar el comportamiento mecánico de sistemas articulados de multicuerpos rígidos, es necesario emplear métodos sistemáticos que permitan, por un lado, generar los modelos cinemáticos de tales sistemas, y por otro la posibilidad de poder desarrollar los simuladores computacionales a partir de estos modelos.

Los robots y mecanismos representados por cadenas cinemáticas, han sido modelados usando

metodologías tradicionales, como el método de Denavit-Hartenberg [5], el de desplazamientos sucesivos [15], métodos geométricos [9] o el método del álgebra de cuaterniones [4, 7, 10] entre otros.

En la década pasada, se han sistematizado y parametrizado las rotaciones de multicuerpos rígidos [13, 14], tanto en el plano como en el espacio.

Los números complejos para el plano, además del álgebra de cuaterniones y el espacio dual cuaternio, para movimientos espaciales.

Este reporte de investigación forma parte de un trabajo que consiste, en utilizar el álgebra de cuaterniones y la operación de rotación, definida propiamente en este espacio vectorial, para modelar la cinemática directa e inversa de un robot de seis grados de libertad, de la compañía CRS, modelo A465 y construir un simulador que contenga las características básicas del robot.

Actualmente el Instituto Tecnológico Superior de Cajeme (ITESCA) cuenta con equipamiento de tecnología para las áreas de electrónica, robótica y manufactura; dentro de este equipamiento se encuentra una celda de manufactura flexible integrada entre otros equipos por: un robot CRS A465 de 6 grados de libertad para una mesa de ensamble, un robot CRS A465 montado sobre dos ejes de movimiento transversal y longitudinal formando 8 grados de libertad para carga y descarga, y un robot cartesiano neumático para mesa de ensamble.

Para el entrenamiento de los alumnos en el manejo y programación de robots, se hace uso de los dos robots CRS con que cuenta el ITESCA; sin embargo este entrenamiento consiste básicamente, en posicionar el robot en sus diferentes configuraciones y programar algunas tareas simples, esto se lleva a cabo, sin entender la estructura de la modelación matemática con la que este robot puede realizar dichas tareas. Es decir, solo se está aprendiendo a manipular el robot sin entender el trasfondo que está implicado, ya que el software de fábrica solo permite eso.

Una posible solución a esta situación, consiste en desarrollar y programar un modelo cinemático funcional, con el que los alumnos puedan comprender, como es que se configuran los movimientos del robot, su velocidad traslacional y angular y sus aceleraciones. Y que además se pudiese crear un simulador que permita observar los movimientos del robot sin tener que realizarlos físicamente.

La modelación cinemática de  $n$  cuerpos rígidos acoplados, formando una cadena cinemática abierta, la cual caracteriza a un robot manipulador, requiere de representaciones matemáticas y algoritmos de solución que puedan ser resueltos en tiempo real mediante herramientas computacionales.

En el modelo matemático se busca, que este sea un planteamiento analítico con soluciones cerradas. Esto es posible en casos donde la arquitectura del robot es sencilla y con no más de seis grados de libertad, pero en general, los modelos resultantes llevan a sistemas de ecuaciones no lineales, los cuales deben de resolverse utilizando métodos numéricos, que solo nos proporcionan una aproximación de la solución real.

Algunos de los métodos más utilizados en la modelación de robots manipuladores y mecanismos son; El método matricial, también conocido como el método de Denavit-Hartenberg [5], este método utiliza matrices de  $4 \times 4$  para simular las rotaciones y traslaciones de un cuerpo rígido en el espacio. El método de los desplazamientos sucesivos [15], se caracteriza por localizar la posición final del mecanismo o robot manipulador, calculando las rotaciones de los actuadores de cada una de las juntas de los cuerpos rígidos. También existen otros métodos como son el método geométrico, que generalmente se utiliza para robots con dos grados de libertad [9], y el método de los cuaterniones [4, 13, 14, 3], donde se utiliza un conjunto isomorfo a  $\mathbb{R}_4$ , el cual es la primer extensión natural del conjunto de los números complejos. Este conjunto dotado de las operaciones  $(\oplus, \otimes, \bullet)$ , resulta ser un espacio vectorial normado. En este espacio se definen transformaciones lineales que representan la rotación finita de un cuerpo rígido. Además, las representaciones de las rotaciones mediante cuaterniones resultan más convenientes que aquellas que utilizan matrices [7], ya que:

- Las rotaciones sucesivas en un cuerpo rígido, pueden representarse simplemente con la multiplicación sucesiva de cuaterniones.
- La rotación inversa de un cuerpo rígido, se obtiene con el conjugado del cuaternión que representa la rotación.
- Se puede obtener directamente del cuaternión de rotación, su ángulo y eje de rotación.
- Podemos definir una transformación lineal, que convierte al cuaternión en un vector de  $\mathbb{R}^3$ .
- Solo se requiere operar con cuatro elementos en cada rotación, en lugar de 16, que son los que requieren las matrices de rotación.
- No es necesario seguir una convención, para definir las bases en cada uno de los cuerpos rígidos que componen el robot.
- El que el modelo cinemático del robot manipulador sea consistente, no depende de la arquitectura del robot.
- Utilizando el método del álgebra de cuaterniones, se evitan las singularidades en la solución del problema cinemático inverso.

Actualmente existen una gran variedad de trabajos realizados en la modelación cinemática y dinámica de

mecanismos y robots manipuladores, por ejemplo matricialmente podemos encontrar la modelación de los robots PUMA y SCARA, básicamente en cualquier libro de robótica [12, 16]. Mediante álgebra de cuaterniones, se encuentra entre otros el trabajo doctoral de Mario Marquez [10], que contiene la simulación cinemática de un robot de dos grados de libertad y del robot manipulador PUMA siguiendo la parametrización de los cuaterniones sistematizada por el Dr. Luís Reyes [13, 14], así también en los trabajos previos de investigación del ITESCA, se encuentra la modelación cinemática de un robot de dos grados de libertad, utilizando la rotación y reflexión de números complejos [1, 3]. Actualmente estos métodos son los más utilizados, sin embargo el método de Denavit-Hartenberg, es utilizado generalmente en robots con no más de 6 grados de libertad y con una arquitectura en particular, ya que su debilidad consiste en las singularidades que se generan al resolver el problema cinemático inverso. Así que, este método no es recomendable en la modelación de manipuladores redundantes, es decir con mas de 6 grados de libertad, éstos robots manipuladores al igual que los robots paralelos, poseen una gran precisión en sus movimientos, sin embargo el problema cinemático directo posee diversas soluciones al igual que el cinemático inverso [2], por lo que se han tomado nuevas estrategias para resolver este tipo de configuraciones, por supuesto entre estos métodos se encuentra el álgebra de cuaterniones.

Además de la modelación de mecanismos y robots manipuladores, el modelado cinemático y dinámico, utilizando el álgebra de cuaterniones ha tomado un gran auge en el desarrollo de la representación gráfica en el plano de imágenes tridimensionales [6], ésto es utilizado frecuentemente en problemas de robótica móvil, para categorizar objetos reales a travez de sus trazas bidimensionales. Los cuaterniones también son utilizados en ciencias computacionales, para generar rasgos expresivos en animaciones tridimensionales [8] donde el animar un rostro, es decir mostrar gestos expresivos, es un problema que posee más de 100 grados de libertad.

Otra aplicación sumamente importante, de la modelación cinemática y dinámica, mediante el uso del álgebra de cuaterniones, se da en el análisis y modelación de partes humanas, como la columna vertebral [11], que tiene como finalidad, el poder diseñar implantes, semejantes al del ser humano, altamente duraderos y que se comporten como la parte original, y en un futuro no lejano inclusive mejor.

Así que a continuación, se muestran los datos históricos sobre el surgimiento de los cuaterniones, y a su vez se demuestra como este conjunto dotado de las operaciones de suma y multiplicación, tanto de cuaterniones como de escalares por cuaterniones, es en realidad un espacio vectorial normado, sobre el que

se puede construir una operación de rotación, la cual servirá para poder modelar las rotaciones de un cuerpo rígido.

Con esta operación de rotación se podrán generar las ecuaciones que modelan la cinemática del robot manipulador CRS A465, utilizando para esto la ecuación de lazo del mecanismo y la rotación de cuerpo rígido.

**Desarrollo**

El campo C forma un sistema numérico muy conveniente, sin embargo C es bidimensional y el mundo donde vivimos es tridimensional. Esto fue lo que motivó a Hamilton a buscar un sistema numérico tridimensional T, el cual contuviese a R y a C, y además preservara en lo posible sus propiedades. En otras palabras, así como el impuso una estructura de campo, isomórfica a C, en el plano R<sup>2</sup>, buscó hacer un sistema numérico en R<sup>3</sup> que contuviese a C.

Resulta de cierta forma natural el como sumar y restar tripletas, sin embargo Hamilton tuvo grandes problemas en encontrar una definición adecuada para el producto de dos tripletas. Como después escribiría a su hijo : *“Cada mañana, cuando bajaba a tomar mi desayuno, tu solí as preguntarme: ‘¿ Y bien papá, ya puedes multiplicar tripletas?’ A lo que siempre estuve obligado a replicar, con una triste sacudida de cabeza: ‘No, solo puedo sumarlas y restarlas.’”*

Ahora es posible observar claramente donde él fallaba. Sea T con bases 1, i, j donde 1, i genera el subcampo C. El producto de ij, debería tener la siguiente forma

$$ij = a + bi + cj \quad \text{donde } a, b, c \in \mathbb{R}.$$

Multiplicando por  $i^2 = -1$  y utilizando la propiedad  $i^2 = -1$ , tenemos que:

$$i^2 j = ai + bi^2 + cij$$

$$-j = (ac - b) + (c + bc)i + c^2 j$$

de donde obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones

$$ac - b = 0 \quad a + bc = 0 \quad c^2 = -1$$

del que resulta a=0, b=0 y c=√-1, pero c∈R lo cual es una contradicción.

A pesar de esta contradicción, Hamilton consideró tripletas z=(a,b,c)=a+bi+cj donde  $i^2=j^2=-1$ . El requerir a una definición para la multiplicación de tripletas que le permitiese utilizar el módulo  $|z| = \sqrt{a^2+b^2+c^2}$  y satisfacer la regla del producto  $|zw| = |z| |w|$ , como en el campo C.

En el caso particular z=w, esta regla se convierte en  $|z^2| = |z|^2$  con lo que Hamilton encontró que

$$z^2 = (a^2 - b^2 - c^2) + 2abi + 2acj + 2bcij, \quad y$$

$$\|z\|^2 = a^2 + b^2 + c^2 = \sqrt{(a^2 + b^2 + c^2)^2} =$$

$$\sqrt{(a^2 - b^2 - c^2)^2 + (2ab)^2 + (2ac)^2 + (2bc)^2}$$

Así que este caso en particular de la regla del producto se satisface si ij=0. Hamilton percibió esto como algo “raro e incómodo”, debido a su naturaleza. Después el notó que en la expansión de z<sup>2</sup> asumio que ij=ji; por lo que, si el no hubiese asumido esto, debió de tomar el último término de la expansión como ab(ij+ji), así que la regla se satisface si ij=-ji, por lo que renombró al término ij como k y lógicamente a ji como -k. Permitiendo que ij≠ji nacía un mayor concepto, los matemáticos por ejemplo, sabían que las rotaciones no eran conmutativas, pero los números no conmutativos era algo inusual en esos tiempos.

Después de mucho esfuerzo, Hamilton encontró que k no podía ser una combinación lineal de 1, i y j, por lo que tuvo que considerar un sistema numérico de cuatro dimensiones, con bases 1, i, j y k. Esta solución vino a él de manera espontánea un 16 de Octubre de 1843, mientras caminaba con su esposa en Dublín, Irlanda a la Real Academia Irlandesa, el predijo que las ecuaciones que deberían definir la multiplicación eran

$$i^2 = j^2 = k^2 = -1,$$

$$ij = -ji = k, \quad jk = -kj = i, \quad ki = -ik = j.$$

Como después escribiría a su hijo: *“No pude resistir el impulso, de tallar con un cuchillo en la roca del puente de Broughan, la fórmula fundamental con los símbolos i, j, k :  $i^2=j^2=k^2=ijk=-1$ .”*

Mas tarde ese mismo día obtuvo, un permiso para leer un reporte sobre cuaterniones, en la próxima reunión de la academia.

Sacrificando la conmutatividad, y elevando otra dimensión, Hamilton encontró un sistema numérico que satisface todos los demás axiomas de campo, junto con la regla del producto. Éste fue un descubrimiento revolucionario, pero lamentablemente no del todo original: En 1748 Euler , estudiando sumas de raíces cúbicas, escribió ecuaciones equivalentes a las del producto de cuaterniones y Gauss, investigando

rotaciones en  $i\delta\theta$ , escribió un manuscrito no publicado dando las formulas básicas para la multiplicación de cuaterniones. Sin embargo Hamilton fué el primero en dar una definición y descripción precisa del sistema numérico de los cuaterniones, el cual se denota con el símbolo  $\mathbb{H}$  en su honor.

Ahora se define de manera formal el conjunto de los cuaterniones, las operaciones de suma y multiplicación de cuaterniones, y la multiplicación por escalares en éste conjunto, además se prueba que poseen una estructura algebraica de campo no conmutativo, utilizando para ésto la definición de grupo. De hecho se demuestra que este conjunto bajo las operaciones de suma y multiplicación por escalares forma un espacio vectorial real, por lo que podemos definir una transformación lineal, la cual permite transformar los elementos de éste espacio a elementos del espacio vectorial  $\mathbb{R}^3$ , los que a su vez son utilizados para obtener una representación geométrica del cuerpo a modelar. Es decir, se utilizarán a los cuaterniones para rotar un cuerpo, en un espacio isomorfo a  $\mathbb{R}^4$  y después, mediante la transformación lineal definida previamente, se obtendrán vectores de  $\mathbb{R}^3$  que representan al cuerpo ya rotado.

Sea  $\mathbb{H} = \{(p_1, p_2, p_3, p_4) \mid p_1, p_2, p_3, p_4 \in \mathbb{R}\}$  el conjunto de los cuaterniones, se definen sobre éste, dos operaciones binarias de la siguiente manera. Sean  $\mathbf{p} = (p_1, p_2, p_3, p_4)$  y  $\mathbf{q} = (q_1, q_2, q_3, q_4)$  dos elementos del conjunto de los cuaterniones  $\mathbb{H}$ , entonces las operaciones binarias, basadas en el descubrimiento de Hamilton, quedan definidas como:

i) Una operación aditiva,  $\oplus: \mathbb{H} \rightarrow \mathbb{H}$  definida de la siguiente manera

$$\mathbf{p} \oplus \mathbf{q} = (p_1 + q_1, p_2 + q_2, p_3 + q_3, p_4 + q_4) \quad (1)$$

$$\forall \mathbf{p} \text{ y } \mathbf{q} \in \mathbb{H}$$

ii) Y una operación multiplicativa,  $\otimes: \mathbb{H} \rightarrow \mathbb{H}$  definida mediante

$$\mathbf{p} \otimes \mathbf{q} = (p_1, p_2, p_3, p_4) \otimes (q_1, q_2, q_3, q_4)$$

$$(p_1q_1 - p_2q_2 - p_3q_3 - p_4q_4, p_1q_2 + p_2q_1 + p_3q_4 - p_4q_3,$$

$$p_1q_3 - p_2q_4 + p_3q_1 + p_4q_2, p_1q_4 + p_2q_3 - p_3q_2 + p_4q_1)$$

$$\forall \mathbf{p} \text{ y } \mathbf{q} \in \mathbb{H} \quad (2)$$

Haciendo analogía con el espacio de los números complejos, se denota como  $\text{Re}\mathbb{H}$ , a los elementos de  $\mathbb{H}$  que tienen la forma  $(p_1, 0, 0, 0)$ , es decir los que solo poseen parte real. De manera similar se denota como  $\text{Im}\mathbb{H}$ , a los elementos de  $\mathbb{H}$  que tienen la forma  $(0, p_2, p_3, p_4)$  y se les conoce como cuaterniones imaginarios o puros.

De manera similar que en el espacio de los números complejos, se puede definir un cuaternión conjugado como:

$$\bar{\mathbf{p}} = (p_1, -p_2, -p_3, -p_4)$$

tal que

$$\mathbf{p} \oplus \bar{\mathbf{p}} = \bar{\mathbf{p}} \oplus \mathbf{p} = (2p_1, 0, 0, 0) = 2\text{Re}\{\mathbf{p}\}$$

$$\mathbf{p} \oplus -\bar{\mathbf{p}} = -\bar{\mathbf{p}} \oplus \mathbf{p} = (0, 2p_2, 2p_3, 2p_4) = 2\text{Im}\{\mathbf{p}\}$$

$$\mathbf{p} \otimes \bar{\mathbf{p}} = \bar{\mathbf{p}} \otimes \mathbf{p} = (p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 + p_4^2, 0, 0, 0) \in \text{Re}\mathbb{H}$$

donde  $p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 + p_4^2$  es el módulo de  $\mathbf{p}$  al cuadrado, es decir,  $\|\mathbf{p}\|^2 = p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 + p_4^2$ , por lo tanto  $\mathbf{p} \otimes \bar{\mathbf{p}} = \bar{\mathbf{p}} \otimes \mathbf{p} = (\|\mathbf{p}\|^2, 0, 0, 0)$

donde  $p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 + p_4^2$  es el módulo de  $\mathbf{p}$  al cuadrado, es decir,  $|\mathbf{p}|^2 = p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 + p_4^2$ , por lo tanto  $\mathbf{p} \otimes \bar{\mathbf{p}} = \bar{\mathbf{p}} \otimes \mathbf{p} = (|\mathbf{p}|^2, 0, 0, 0)$

Proposición 3.1 La terna  $(\mathbb{H}, \oplus, \bullet)$ , forma un espacio vectorial real.

Demostración:

La terna  $(\mathbb{H}, \oplus, \otimes)$  forma un campo no conmutativo, i.e., forma un cuerpo. Por lo que solo resta mostrar que la multiplicación por escalares, satisface la propiedad distributiva, definida a continuación:

$$\alpha \bullet (\mathbf{p} \oplus \mathbf{q}) = \alpha \bullet \mathbf{p} \oplus \alpha \bullet \mathbf{q} \quad \forall \alpha \in \mathbb{R}, \text{ y } \mathbf{p}, \mathbf{q} \in \mathbb{H}$$

así que desarrollando el lado izquierdo de la ecuación anterior, se tiene:

$$\alpha \bullet (\mathbf{p} \oplus \mathbf{q}) = \alpha \bullet ((p_1, p_2, p_3, p_4) \oplus (q_1, q_2, q_3, q_4))$$

$$= \alpha \bullet (p_1 + q_1, p_2 + q_2, p_3 + q_3, p_4 + q_4)$$

$$= (\alpha(p_1 + q_1), \alpha(p_2 + q_2), \alpha(p_3 + q_3), \alpha(p_4 + q_4))$$

$$= (\alpha p_1 + \alpha q_1, \alpha p_2 + \alpha q_2, \alpha p_3 + \alpha q_3, \alpha p_4 + \alpha q_4)$$

$$= (\alpha p_1, \alpha p_2, \alpha p_3, \alpha p_4) \oplus (\alpha q_1, \alpha q_2, \alpha q_3, \alpha q_4)$$

$$= \alpha \bullet (p_1, p_2, p_3, p_4) \oplus \alpha \bullet (q_1, q_2, q_3, q_4)$$

$$= \alpha \bullet \mathbf{p} \oplus \alpha \bullet \mathbf{q}$$

entonces  $(\mathbb{H}, \oplus, \bullet)$  es un espacio vectorial real.

Por lo tanto, se ha logrado uno de los objetivos principales de este trabajo, que consiste en definir el espacio vectorial de los cuaterniones. Ahora se probará que los subconjuntos de  $\mathbb{H}$ , el conjunto de los cuaterniones reales  $\text{Re}\mathbb{H} \subset \mathbb{H}$  y el de los cuaterniones imaginarios  $\text{Im}\mathbb{H} \subset \mathbb{H}$ , son subespacios vectoriales de los cuaterniones de suma importancia, ya que como se verá más adelante, todo cuaternión se puede expresar como la suma de un cuaternión real y un cuaternión imaginario.

Proposición 3.2 Sea donde  $\text{Re}\mathbb{H} \subset \mathbb{H}$  es un subespacio vectorial.

Demostración: i) Primero se debe demostrar que la suma de elementos del subespacio, permanece en éste, i.e., es cerrado bajo la suma.

Así que sean  $p, q \in \text{ReH}$  entonces  $p \oplus q \in \text{ReH}$ , ésto se muestra fácilmente, ya que

$$\begin{aligned}
\mathbf{p} \oplus \mathbf{q} &= (p_1, 0, 0, 0) \oplus (q_1, 0, 0, 0) \\
&= (p_1 + q_1, 0, 0, 0) \in \text{ReH}
\end{aligned}$$

ii) Ahora se debe mostrar, que es cerrado bajo la multiplicación por escalares. Sea  $\alpha \in \mathbb{R}$  entonces  $\alpha \bullet \mathbf{p} \in \text{ReH}$

$$\alpha \bullet \mathbf{p} = \alpha \bullet (p_1, 0, 0, 0) = (\alpha p_1, 0, 0, 0) \in \text{ReH}$$

por lo tanto, se ha demostrado que el subconjunto  $\text{ReH}$  es en realidad un subespacio vectorial real. A continuación, se hace lo mismo para el conjunto de los quaterniones imaginarios, que son aquellos que solo poseen las partes imaginarias i, j, k. **Proposición 3.3** Sea  $\text{ImH} =$

$$\{(0, p_2, p_3, p_4) \mid p_2, p_3, p_4 \in \mathbb{R}\}$$

donde  $\text{ImH} \subset \text{H}$  es un subespacio vectorial. **Demostración:** La demostración de esta proposición es similar, a la demostración de la proposición 3.2 de tal manera que:

i) Primero se debe demostrar que la suma de elementos del subespacio, permanece en éste, ie., es cerrado bajo la suma. Así que sean  $p, q \in \text{ImH}$  entonces  $p \oplus q \in \text{ImH}$ , ésto se muestra fácilmente, ya que

$$\begin{aligned}
\mathbf{p} \oplus \mathbf{q} &= (0, p_2, p_3, p_4) \oplus (0, q_2, q_3, q_4) \\
&= (0, p_2 + q_2, p_3 + q_3, p_4 + q_4) \in \text{ImH}
\end{aligned}$$

ii) Ahora se debe mostrar, que es cerrado bajo la multiplicación por escalares. Sea  $c \in \mathbb{R}$  entonces  $\alpha \bullet \mathbf{p} \in \text{ImH}$

$$\alpha \bullet \mathbf{p} = \alpha \bullet (0, p_2, p_3, p_4) = (0, \alpha p_2, \alpha p_3, \alpha p_4) \in \text{ImH}$$

Por lo tanto, se ha demostrado que el subconjunto  $\text{ImH}$  es en realidad un subespacio vectorial real. Nuevamente, haciendo referencia al espacio de los números complejos, y sin perder de vista el objetivo al que se quiere llegar, se define una función de  $\text{H} \rightarrow \mathbb{R}$  sobre el espacio vectorial de los quaterniones de la siguiente manera:

$$(\mathbf{p}|\mathbf{q}) = \sum_{n=1}^4 p_n q_n = p_1 q_1 + p_2 q_2 + p_3 q_3 + p_4 q_4 \quad (3)$$

Es decir, el producto punto de vectores, este producto punto de vectores es de hecho un producto interno, como se demuestra a continuación.

**Proposición 3.4** El producto de quaterniones mostrado en 3, es un producto interno.

**Demostración:** i) Primero se debe demostrar que el producto de la función definida, es en efecto un número real

$(\mathbf{p}|\mathbf{q}) \in \mathbb{R}$  Se cumple de la definición

ii) Después se prueba que este producto es conmutativo

$$\begin{aligned}
(\mathbf{p}|\mathbf{q}) &= \sum_{n=1}^4 p_n q_n = \underbrace{p_1 q_1 + p_2 q_2 + p_3 q_3 + p_4 q_4}_{p_n q_n \in \mathbb{R} \text{ para } n=1,2,3,4} \\
&= \underbrace{q_1 p_1 + q_2 p_2 + q_3 p_3 + q_4 p_4}_{\text{propiedad conmutativa}} = \sum_{n=1}^4 q_n p_n \\
&= (\mathbf{q}|\mathbf{p})
\end{aligned}$$

iii) Enseguida, se muestra que el producto de un elemento sobre sí mismo debe de ser positivo o igual a cero. Y el caso igual a cero, se debe de presentar sí y solo si el elemento es el neutro aditivo.

$$\begin{aligned}
(\mathbf{p}|\mathbf{p}) &= \sum_{n=1}^4 p_n p_n = p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 + p_4^2 = \|\mathbf{p}\|^2 \geq 0 \\
&\text{y } \|\mathbf{p}\|^2 = 0 \Leftrightarrow \mathbf{p} = \mathbf{0}
\end{aligned}$$

iv) Solo resta mostrar que el producto interno es lineal en cada uno de sus argumentos.

$$\begin{aligned}
(\alpha \bullet \mathbf{p} + \beta \bullet \mathbf{q}|\mathbf{r}) &= \sum_{n=1}^4 (\alpha p_n + \beta q_n) r_n \\
&= \alpha \sum_{n=1}^4 p_n r_n + \beta \sum_{n=1}^4 q_n r_n \\
&= \alpha (\mathbf{p}|\mathbf{r}) + \beta (\mathbf{q}|\mathbf{r}) \\
(\mathbf{p}|\alpha \bullet \mathbf{q} + \beta \bullet \mathbf{r}) &= \sum_{n=1}^4 p_n (\alpha q_n + \beta r_n) \\
&= \alpha \sum_{n=1}^4 p_n q_n + \beta \sum_{n=1}^4 p_n r_n \\
&= \alpha (\mathbf{p}|\mathbf{q}) + \beta (\mathbf{p}|\mathbf{r})
\end{aligned}$$

Por lo tanto se ha demostrado, que el producto punto de quaterniones, definido en 3, es de hecho un producto interno. Así que, se ha construido un espacio vectorial real, con producto interno. Además el producto punto de quaterniones, está relacionado directamente con el concepto de módulo del quaternión mediante:

$$\sqrt{(\mathbf{p}|\mathbf{p})} = \sqrt{p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 + p_4^2} = \|\mathbf{p}\|$$

Es decir, el producto punto de vectores, este producto punto de vectores es de hecho un producto interno, como se demuestra a continuación.

Proposición 3.4 El producto de cuaterniones mostrado en 3, es un producto interno.

Demostración: i) Primero se debe demostrar que el producto de la función definida, es en efecto un número real

$(\mathbf{p}|\mathbf{q}) \in \mathbb{R}$  Se cumple de la definición

ii) Después se prueba que este producto es conmutativo

$$\begin{aligned} (\mathbf{p}|\mathbf{q}) &= \sum_{n=1}^4 p_n q_n = \underbrace{p_1 q_1 + p_2 q_2 + p_3 q_3 + p_4 q_4}_{p_n q_n \in \mathbb{R} \text{ para } n=1,2,3,4} \\ &= \underbrace{q_1 p_1 + q_2 p_2 + q_3 p_3 + q_4 p_4}_{\text{propiedad conmutativa}} = \sum_{n=1}^4 q_n p_n \\ &= (\mathbf{q}|\mathbf{p}) \end{aligned}$$

iii) Enseguida, se muestra que el producto de un elemento sobre sí mismo debe de ser positivo o igual a cero. Y el caso igual a cero, se debe de presentar sí y solo si el elemento es el neutro aditivo.

$$\begin{aligned} (\mathbf{p}|\mathbf{p}) &= \sum_{n=1}^4 p_n p_n = p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 + p_4^2 = \|\mathbf{p}\| \geq 0 \\ &\text{y } \|\mathbf{p}\| = 0 \Leftrightarrow \mathbf{p} = \mathbf{0} \end{aligned}$$

iv) Solo resta mostrar que el producto interno es lineal en cada uno de sus argumentos.

$$\begin{aligned} (\alpha \bullet \mathbf{p} + \beta \bullet \mathbf{q}|\mathbf{r}) &= \sum_{n=1}^4 (\alpha p_n + \beta q_n) r_n \\ &= \alpha \sum_{n=1}^4 p_n r_n + \beta \sum_{n=1}^4 q_n r_n \\ &= \alpha(\mathbf{p}|\mathbf{r}) + \beta(\mathbf{q}|\mathbf{r}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\mathbf{p}|\alpha \bullet \mathbf{q} + \beta \bullet \mathbf{r}) &= \sum_{n=1}^4 p_n (\alpha q_n + \beta r_n) \\ &= \alpha \sum_{n=1}^4 p_n q_n + \beta \sum_{n=1}^4 p_n r_n \\ &= \alpha(\mathbf{p}|\mathbf{q}) + \beta(\mathbf{p}|\mathbf{r}) \end{aligned}$$

Por lo tanto se ha demostrado, que el producto punto de cuaterniones, definido en 3, es de hecho un producto interno. Así que, se ha construido un espacio vectorial real, con producto interno.

Además el producto punto de cuaterniones, está relacionado directamente con el concepto de módulo del cuaternión mediante:

$$\sqrt{(\mathbf{p}|\mathbf{p})} = \sqrt{p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 + p_4^2} = \|\mathbf{p}\|$$

y un espacio vectorial con una norma y un producto interno, relacionados mediante  $|\mathbf{p}| = (\mathbf{p}|\mathbf{p})$  se llama espacio de Hilbert, y en él se puede construir una geometría definiendo los conceptos de ángulo y distancia.

En resumen, el conjunto H, con las operaciones definidas en 1 y 2 es un espacio vectorial, y sobre éste el producto punto de vectores (cuaterniones), resulta un producto interno relacionado con la norma (módulo), lo que genera un espacio de Hilbert o como se conoce comúnmente un espacio vectorial normado, que de ahora en adelante será nombrado como, el espacio vectorial de cuaterniones. [22]

Se ha construido sistemáticamente el espacio vectorial de los cuaterniones, así que ahora se puede "hablar" de una base en el espacio vectorial.

Definición 3.7 Una base  $e_1, e_2, \dots, e_n$  se dice ortonormal si sus vectores son unitarios y ortogonales; equivalentemente, si  $(e_i | e_j) = \delta_{ij}$ , donde  $\delta_{ij}$  es la llamada delta de Kronecker, cuyo valor es 1 si  $i=j$  y 0 cuando  $i \neq j$ .

Las bases ortonormales  $e_1, e_2, \dots, e_n$  tienen dos propiedades muy importantes que permiten operar con mucha facilidad los vectores cuando se expresan en esas bases:

a) Para cualquier base ortonormal  $e_1, e_2, \dots, e_n$  todo vector  $\mathbf{p}$  se escribe en la forma

$\mathbf{p} = p_1 e_1 + p_2 e_2 + \dots + p_n e_n$ ; esta expresión se conoce como desarrollo ortonormal de  $\mathbf{p}$ .

b) Para cualquier base ortonormal  $e_1, e_2, \dots, e_n$  si  $\mathbf{p} = p_1 e_1 + p_2 e_2 + \dots + p_n e_n$  y  $\mathbf{q} = q_1 e_1 + q_2 e_2 + \dots + q_n e_n$ , entonces  $(\mathbf{p}|\mathbf{q}) = p_1 q_1 + p_2 q_2 + \dots + p_n q_n$ , es decir, en las bases ortonormales sigue siendo válido el procedimiento usado para calcular el producto interno, cuando los vectores están expresados respecto a la base canónica. Ahora se construirán dos transformaciones, sobre dos subespacios vectoriales del espacio vectorial de los cuaterniones. De una manera muy sencilla.

Sea  $\text{Tr}: \text{ReH} \rightarrow \mathbb{R}$ , una función definida de la siguiente manera:

$$\text{Tr}(p_1, 0, 0, 0) = p_1 \quad \forall (p_1, 0, 0, 0) \in \mathbb{H}, \text{ donde } p_1 \in \mathbb{R} \quad (4)$$

Sea  $T_v: \text{ImH} \rightarrow \mathbb{R}^3$ , una función definida de la siguiente manera:

$$T_v(0, p_2, p_3, p_4) = (p_2, p_3, p_4) \quad \forall (0, p_2, p_3, p_4) \in \mathbb{H},$$

donde  $p_1, p_2, p_3 \in \mathbb{R}$  (5)

Ahora se debe demostrar que estas transformaciones son en realidad, transformaciones lineales definidas sobre los espacios vectoriales.

**Proposición 3.5** Las transformaciones 4 y 5, de la parte real y la parte imaginaria de los cuaterniones, definidas anteriormente, son transformaciones lineales

**Demostración:** Primero se demostrará 4, así que; Sean  $p, q \in \text{ReH}$  y  $\alpha \in \mathbb{R}$  entonces

$$\begin{aligned} T_r(p \oplus q) &= T_r((p_1, 0, 0, 0) \oplus (q_1, 0, 0, 0)) \\ &= T_r((p_1 + q_1, 0, 0, 0)) \\ &= p_1 + q_1 \\ &= T_r((p_1, 0, 0, 0)) \oplus T_r((q_1, 0, 0, 0)) \\ &= T_r(p) \oplus T_r(q) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_r(\alpha \bullet p) &= T_r(\alpha \bullet (p_1, 0, 0, 0)) \\ &= T_r((\alpha p_1, 0, 0, 0)) \\ &= \alpha p_1 \\ &= \alpha \bullet T_r((p_1, 0, 0, 0)) \\ &= \alpha \bullet T_r(p) \end{aligned}$$

de manera similar para 5, tenemos que; Sean  $r, s \in \text{ImH}$  y  $\alpha \in \mathbb{R}$  entonces

$$\begin{aligned} T_v(r \oplus s) &= T_v((0, r_2, r_3, r_4) \oplus (0, s_2, s_3, s_4)) \\ &= T_v((0, r_2 + s_2, r_3 + s_3, r_4 + s_4)) \\ &= (r_2 + s_2, r_3 + s_3, r_4 + s_4) \\ &= (r_2, r_3, r_4) + (s_2, s_3, s_4) \\ &= T_v((0, r_2, r_3, r_4)) \oplus T_v((0, s_2, s_3, s_4)) \\ &= T_v(r) \oplus T_v(s) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_v(\alpha \bullet r) &= T_v(\alpha \bullet (0, r_2, r_3, r_4)) \\ &= T_v((0, \alpha r_2, \alpha r_3, \alpha r_4)) \\ &= (\alpha r_2, \alpha r_3, \alpha r_4) \\ &= \alpha (r_2, r_3, r_4) \\ &= \alpha \bullet T_v((0, r_2, r_3, r_4)) \\ &= \alpha \bullet T_v(r) \end{aligned}$$

por lo tanto, las transformaciones definidas anteriormente, son de hecho transformaciones lineales entre los cuaterniones reales  $\text{ReH}$  y los números reales  $\mathbb{R}$ , y entre los cuaterniones imaginarios  $\text{ImH}$  y el espacio  $\mathbb{R}^3$  respectivamente.

Si además estas transformaciones lineales son biyectivas, se habrá construido un isomorfismo entre los espacios vectoriales, como lo enuncia la siguiente definición.

**Definición 3.2** Dos espacios vectoriales reales  $n$ -dimensionales  $V_n$  y  $W_n$  son isomorfos si existe una función  $\Phi: V_n \rightarrow W_n$  lineal y biyectiva.

El que la función sea biyectiva, nos dice que la relación entre los espacios vectoriales debe de ser uno a uno y sobre, ésto se cumple de manera inmediata por la forma en que está definida la transformación lineal, y por tanto no será demostrado en este trabajo.

**3.7 Cuaterniones y vectores**

Los cuaterniones  $(0, \hat{i}), (0, \hat{j})$  y  $(0, \hat{k})$  generan un subespacio tridimensional

Como espacio vectorial, el conjunto  $\text{ImH}$  es isomorfo a  $\mathbb{R}^3$ , y sus elementos son llamados vector quaternionio. Si a su vez se identifica a  $\mathbb{R}$  con el conjunto de los cuaterniones escalares  $(p, 0, 0, 0)$ , entonces tenemos la descomposición directa

$$\mathbb{H} = \mathbb{R} \oplus \text{ImH}$$

esta descomposición permite escribir cualquier quaternionio en la forma

$$p = a + v$$

donde  $a \in \mathbb{R}$  representa la parte escalar de  $p$  y  $v \in \text{ImH}$  es la parte vectorial o imaginaria de  $p$ . Si  $u, v \in \text{ImH}$  entonces su producto como quaterniones, se descompone como

$$uv = -(u \cdot v) + (u \times v),$$

donde  $u \cdot v$  y  $u \times v$  son el producto punto y el producto cruz usuales en  $\mathbb{R}^3$ , similarmente

$$vu = -(v \cdot u) + (v \times u) = -(u \cdot v) - (u \times v)$$

así que sumando y restando estas ecuaciones, tenemos

$$u \cdot v = -\frac{1}{2}(uv + vu) \quad \text{y} \quad u \times v = \frac{1}{2}(uv - vu)$$

estas ecuaciones muestran que el álgebra vectorial de  $\mathbb{R}^3$  puede ser interpretada en términos de los quaterniones. Por ejemplo el producto vectorial  $\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}$  corresponde al producto de los quaterniones  $i \cdot j = k$ .

### 3.2 Cuaterniones y las rotaciones

Hamilton encontró sumamente útil pensar en los números complejos de módulo uno, como rotaciones en el plano, y él presentó a que debería existir una relación similar entre los cuaterniones y las rotaciones en  $\mathbb{R}^3$ . En 1775 Euler ya había estudiado las rotaciones, probando que la composición de dos rotaciones es una rotación, y una teoría completa fue publicada ya en 1840 por Rodrigues, pero al parecer Hamilton no estuvo al tanto de estos desarrollos. De tal manera que su descripción de las rotaciones, en términos de los cuaterniones, no concordaba con la forma propuesta por Euler-Rodrigues. Esto contribuyó a la controversia sobre el status de los cuaterniones, y su aplicación durante el siglo XIX.

Los cuaterniones unitarios, es decir, aquellos que satisfacen  $|p|=1$ , forman la 3-esfera unitaria

$$S^3 = \{(p_1, p_2, p_3, p_4) \in \mathbb{H} | p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 + p_4^2 = 1\}$$

como ya se sabe, éste es un grupo no abeliano, bajo la multiplicación  $\otimes$ . Cada  $p \in S^3$  se puede descomponer como la suma de un escalar y un vector, en la forma

$$p = a + u \text{ donde } a \in \mathbb{R}, u \in \text{Im}\mathbb{H}$$

Ya que  $a^2 + |u|^2 = |p|^2 = 1$ , entonces se puede decir que

$$a = \cos \phi, \quad \|u\| = \sin \phi$$

Para un único  $\Phi \in [0, \pi]$ . Ahora las transformaciones

$$l_p : v \mapsto pv \quad \text{y} \quad r_p : v \mapsto vp^{-1}$$

ambas inducen rotaciones del plano

$$\Pi_u = \{v \in \mathbb{R}^3 | u \cdot v = 0\}$$

en  $\mathbb{R}^3$  perpendicular a  $u$  a través del ángulo  $\phi$ . Desafortunadamente éstas no mapean a  $\mathbb{R}^3$  en sí mismo, pero su composición

$$\rho_p = l_p \circ r_p = r_p \circ l_p : v \mapsto pvp^{-1}$$

que fija a  $u$  y rota a  $\Pi_u$  a través de  $2\phi$ , es una rotación de  $\mathbb{R}^3$  por  $2\phi$  alrededor del eje  $u$ . Escribiendo esto de otra manera, cualquier rotación  $\rho$  de  $\mathbb{R}^3$  un ángulo  $\theta$  alrededor del vector unitario  $\hat{u}$  tiene la forma

$$\rho = \rho_p : v \mapsto pvp^{-1} \quad (6)$$

donde  $p = a + u$  con  $a = \cos(\theta/2)$  y  $\hat{u} = \sin(\theta/2) \cdot \hat{u}$

Finalmente queda definida la rotación mediante el uso de cuaterniones, utilizando la transformación lineal  $\rho$ , esta transformación será utilizada en futuros trabajos para modelar la rotación de un cuerpo rígido, y finalmente las rotaciones consecutivas de un multicuerpo rígido, en forma de cadena cinemática abierta, para así poder modelar el brazo robótico CRS A465.

### Conclusiones

Se ha mostrado de manera formal como el conjunto de los cuaterniones, dotado de las operaciones definidas forma en realidad un espacio vectorial normado. Y como sobre este espacio vectorial, es posible definir transformaciones lineales que permiten representar la rotación finita de un cuerpo rígido. Con esto fue posible definir una primer parte de la metodología a seguir para obtener la modelación y simulación de un multicuerpo rígido formando una cadena cinemática abierta que caracteriza a un robot manipulador.

### Referencias

- [1] Hyrum Esquer A. Modelación cinemática y de trayectoria de un robot de 2gdl usando la rotación usual de números complejos. Maestría en ingeniería, Universidad Nacional Autónoma De México, 2004. Área mecánica.
- [2] H. Albala & J. Angeles. Numerical solution to the input-output displacement equation of the general 7r spatial mechanism. In Proc. 5th world congress on theory of machines and mechanism, pages 1008–1011, 1979.
- [3] Francisco Javier Ochoa E. Modelación y simulación de un problema de evasión de obstáculos en el plano mediante un robot de 2 gdl, aplicando secuencias por complementos y algoritmo eoptce. Maestría en ingeniería, Universidad Nacional Autónoma De México, 2004. Área mecánica.
- [4] A. T. Yang & F. Freudenstein. Application of dual number quaternion algebra to the analysis of spatial mechanisms. ASME J. Appl. Mech., Vol. 86:300–308, 1964.
- [5] J. Denavit & R. S. Hartenberg. A kinematic notation for lower pair mechanisms based on matrices. ASME J. Appl. Mech., Vol. 77:215–221, 1955.
- [6] O.D. Faugeras & Martial Hebert. The representation, recognition, and locating of 3-d objects. Intl. J. Robot, Vol. 3(No. 5):27–52, 1986.

[7] Mark D. Wheeler & Katsushi Ikeuchi. Iterative estimation of rotation and translation using the quaternion. School of computer science, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, PA, December 1995. CMU-CS-95-215.

[8] Michael Patrick Johnson. Exploiting quaternions to support expressive interactive character motion. Doctor of philosophy, Massachusetts institute of technology, 2003.

[9] H. Y. Lee & C. G. Liang. A new vector theory for the analysis of spatial mechanisms. Mech. Mach. Theory, Vol. 23(No. 3):209-217, 1988.

[10] Mario Márquez M. Modelado cinemático y dinámico de robots utilizando cuaterniones. Doctorado en ingeniería, Universidad Anáhuac del Sur, 2000.

[11] Deepak Tolani & Others. Real-time inverse kinematics techniques for anthropomorphic limbs. Academic press, Vol. 1(No. 62):353-388, 2000. Graphical models.

[12] Robert E. Parkin. Applied robotic analysis. Industrial robot series. Prentice-Hall, 1st. edition, 1991. ISBN 0-13-773391-7.

[13] Luís Reyes Ávila. Une representation parametrique systematique des rotations finies: Le cadre theorique. Rapport de recherche INRIA, Roquencourt, France, (No. 1), 1990.

[14] Luís Reyes Ávila. Sobre la parametrización de las rotaciones y reflexiones de multicuerpos rígidos en el plano: Modelación cinemática de un robot de dos grados de libertad. Reporte interno de investigación, UNAM, (ISBN 968-36-9841-7), 2002.

[15] D. Kohli & A. H. Soni. Kinematic analysis of spatial mechanisms via successive screw displacements. ASME J. Eng. Ind., Vol. 97(No. 2):739-747, 1975.

[16] Lung-Wen Tsai. Robot analysis. Wiley-Interscience, 1st. edition, 1999. ISBN 0-471-32593-7.

#### Nota Autobiográfica

M.I. Juan Enrique Palomares Ruiz. Jefe de la División de Ciencias Básicas del Instituto Tecnológico Superior de Cajeme. Desarrolla proyectos de Modelación matemática mediante el uso de sistemas dinámicos aplicados a sistemas físicos y tejidos blandos. jepalomares@itesca.edu.mx

M.I. Francisco Javier Ochoa Estrella. Profesor Investigador Tiempo Completo Titular B adscrito a la División de Ingeniería Electrónica. Desarrolla el proyecto de microrezonador piezoeléctrico para la generación de potencia de baja escala en la línea de investigación Modelación, diseño y análisis de macro, micro y nanosistemas. fochoa@itesca.edu.mx

# *Simulación y análisis de corte ortogonal de metal por elemento finito.*

Baldomero Lucero Velázquez. Profesor Investigador de Carrera Titular B. Instituto Tecnológico Superior de Cajeme.

Eduardo Aguilera Gómez. Profesor Investigador tiempo completo SNI 1. Universidad de Guanajuato campus Irapuato-Salamanca.

Elías Ledesma Orozco. Profesor Investigador tiempo completo SNI1. Universidad de Guanajuato campus Irapuato-Salamanca

Eusebio Jiménez López. Profesor investigador. Universidad Tecnológica del Sur de Sonora.

Juan José Delfín Vásquez. Profesor Investigador. Instituto Tecnológico Superior de Cajeme

Adolfo Elías Soto González. Profesor Investigador de Carrera Titular B. Instituto Tecnológico Superior de Cajeme

## Resumen

El objetivo principal de este trabajo es la aplicación de una técnica de simulación por medio de un software explícito de elemento finito. Donde la simulación incluye efectos altamente no-lineales como: Contacto, plasticidad y daño del material (cambio de propiedades). Los materiales que se utilizaron son: Acero AISI 4340 y acero 1045 para la pieza de trabajo.

Con el uso de la técnica computacional por elementos finitos explícita, se pueden utilizar rutinas para el remallado y métodos sin mallas (partículas suaves hidrodinámicas), para encontrar la solución en la simulación de los procesos.

Para simular alta velocidad y procesos de corte altamente deformable, un primer paso de aproximación es el modelo numérico del proceso bidimensional (2D) con el uso de elementos finitos utilizando un sistema basado en el modelo de Lagrange.

El remallado adaptativo continuo es la principal herramienta que se emplea para dejar de lado las dificultades asociadas con la alta deformación inducida por elementos distorsionados.

Para incluir los efectos dinámicos, el modelo efectúa regeneración de malla cuando se alcanza un valor de deformación, para ello se considera el criterio de falla por la máxima deformación plástica, el cual es aplicado para eliminar elementos con cierto nivel de deformación. El modelo incluye también contacto con fricción entre la herramienta y

la pieza de trabajo; para la simulación se utilizó un paquete de elementos finitos comercial explícito.

## Abstract

The main objective of this work is the application of a simulation technique using explicit finite element software. Where the simulation includes highly non-linear effects such as: Contact, plasticity and material damage (change of properties). The materials used are: Steel AISI 4340 and 1045 to the workpiece.

With the use of computational technology for explicit finite element can be used for the meshing routines and methods without mesh (hydrodynamic soft particles) to find the solution in the simulation of processes.

To simulate high speed and high deformable machining processes, a first step of approach is the numerical modeling of the two dimensions (2D) cutting process using Lagrangian finite element. Continuous adaptive remeshing is the principal tool which we employ for sidestepping the difficulties associated with high deformation induced element distortion. The model accounts for dynamic effects, mesh on mesh contact with friction. In addition, maximum plastic strain failure criterion is applied to remove elements in which deformation exceeds certain level. Commercial explicit finite element software is used to perform numerical simulations.

Key words. - Finite element, simulation, 2D, Lagrange, plastic deformation, contact, friction, explicit.

## Palabras clave

Elementos finitos, simulación, 2D, Lagrange, deformación plástica, contacto, fricción, explícito.

NOMENCLATURA

- $t$  :Tiempo.
- $l$ : Longitud mínima del elemento.
- $c$ : Velocidad del sonido.
- $E$ : Módulo de Young.
- $\nu$ : Relación de Poisson's
- $\rho$  : Densidad de masa.
- $(\epsilon)$ : **Deformación.**
- $(\dot{\epsilon})$ : Velocidad de deformación.
- $(T)$ : Temperatura.

- A, B, C, n y m: Valores constantes de tipo de material.
- $\sigma$ : Flujo de esfuerzo efectivo.
- $\epsilon^p$ : Valor de la deformación plástica efectiva.
- $(\frac{\epsilon^p}{\epsilon_0})$ : Relación de la velocidad de deformación plástica no dimensional.
- $T_{room}$ : Temperatura ambiente.
- $T_{Meit}$ : Temperatura de fundición del material.
- $C$  y  $p$ : Parámetros de velocidad de deformación.
- $\sigma_y^s(\epsilon_{eff}^p)$ : Esfuerzo estático.
- $\epsilon_{eff}^p$ : Deformación plástica efectiva.
- $\dot{\epsilon}_{eff}^p$ : Velocidad de deformación plástica efectiva.
- DC: Coeficiente de deterioro el cual describe la relación exponencial entre los coeficientes de fricción estático y dinámico
- $V_{rel}$ : Velocidad relativa entre partes en contacto.
- $\{R_t\}$ : Vector de las fuerzas nodales internas.
- $[M]$ : Matriz de masas.
- $\{F_t\}$ : Vector de las fuerzas externas con respecto al tiempo .
- $\{U_t\}$ : Vector de las aceleraciones con respecto al tiempo.

Introducción

El corte de metales es uno de los procesos de maquinado más significativos en el campo de manufactura, ocurren altas deformaciones en el área de contacto y las simulaciones numéricas de estos procesos incluyen enormes deformaciones de los elementos. Investigaciones experimentales de tales procesos de maquinado involucran costos elevados, pero con la ayuda de simulaciones numéricas, varios parámetros de estudio pueden ser fácilmente presentados con menos costo y tiempo. Las simulaciones actuales y análisis de tales procesos se llevan a cabo con códigos explícitos de elementos finitos y ésta es, una de las tareas desafiantes por realizar. [4, 13, 15].

El remallado adaptativo [14,3] es una técnica que es implementada para simular los procesos de maquinado, por ejemplo con el programa de elementos finitos LS-DYNA. [10].

El modelado de la pieza de trabajo con un comportamiento del material se logra por medio de un modelo-material [18, 16, 11], en el cual, la solución de la ecuación constitutiva no lineal para estimar el valor del flujo de esfuerzo, depende de la deformación, velocidad de deformación y temperatura producida debido a las altas deformaciones del material, éste es un importante paso en la simulación numérica del proceso de corte. Gran influencia tienen parámetros como: Ángulo de incidencia, velocidad de corte de la herramienta, modelo de fricción, fuerzas de corte y morfología de la viruta.

Metodología

El procedimiento desarrollado, se describe en la fig. 1 con el uso de remallado adaptativo, utilizando el software comercial explícito LS-DYNA.

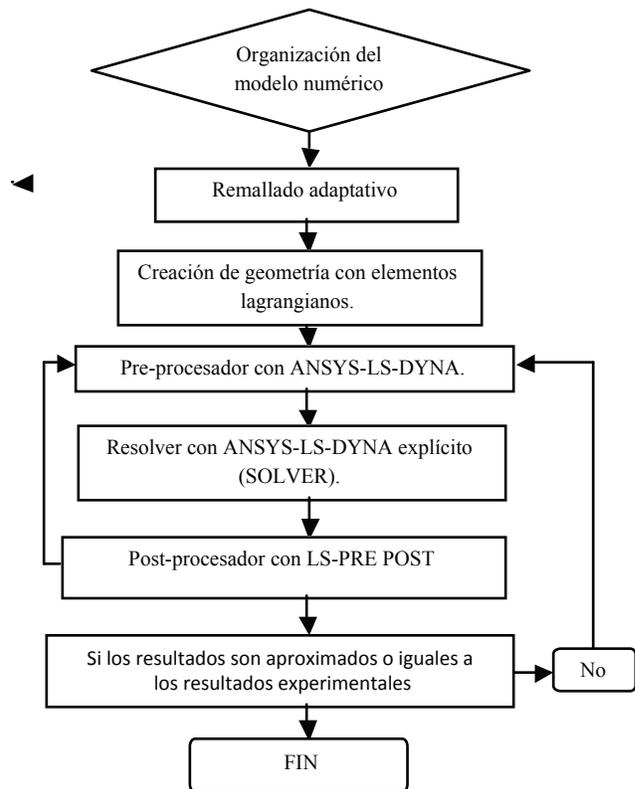


Fig.1.-Procedimiento.

## MODELO NUMÉRICO DE CORTE DE METAL

Antes de pasar al modelo numérico, se presenta una breve descripción sobre el análisis de elemento finito con software explícito.

### Breve descripción sobre el análisis de elemento finito explícito.

El paquete utilizado de elemento finito es usado para analizar la respuesta dinámica no-lineal para estructuras inelásticas no-lineales. Tiene capacidad de analizar contactos y resolver problemas de impactos y problemas de formado de materiales.

### El tiempo de integración explícito.

Los métodos explícito e implícito son dos diferentes métodos para resolver ecuaciones diferenciales. El esquema implícito es un método estable que resuelve las ecuaciones no lineales, dividiendo el análisis en pasos de tiempo pequeños.

El método explícito por otra parte, es un método condicionalmente estable que integra la aceleración y la velocidad para obtener los desplazamientos y posteriormente los esfuerzos. La gran ventaja del FEM implícito es la estabilidad numérica durante el cálculo. Con el método explícito la condición de balance es reconocida en un tiempo ( $t$ ), con el fin de determinar la ecuación diferencial en el tiempo  $t + \Delta t$ .

### Ecuaciones de equilibrio para un sistema dinámico no lineal.

La respuesta no lineal dinámica en un modelo de elemento finito es obtenida mediante procedimientos similares a un análisis estático no-lineal. La diferencia radica en agregar los algoritmos de integración en el tiempo.

### Integración explícita.

De igual manera que un análisis lineal, las ecuaciones que gobiernan el sistema son consideradas en el tiempo para calcular los desplazamientos en el tiempo  $t + \Delta t$ . Ignorando los efectos de la matriz de amortiguamiento, las ecuaciones que gobiernan el sistema en cada paso de tiempo tienen la forma:

$$[M]\{\ddot{U}_t\} = \{F_t\} - \{R_t\} \quad (1)$$

Donde:

$\{R_t\}$ : Es el vector de las fuerzas nodales internas, que corresponden al estado de esfuerzos para el tiempo  $t$ .

$[M]$ : Es la matriz de masas.

$\{F_t\}$ : Es el vector de las fuerzas externas con respecto al tiempo.

$\{\ddot{U}_t\}$ : Es el vector de las aceleraciones con respecto al tiempo.

La estabilidad numérica se asegura si el paso de tiempo es más pequeño que el tiempo que dura una onda de sonido en atravesar el material para el elemento más pequeño existente en el modelo de elemento finito.

En un esquema explícito, el algoritmo de contacto es más fácil de implementar, por lo que se deberá cuidar el tamaño del mallado con el fin de obedecer el criterio de estabilidad.

El tamaño del paso de tiempo se calcula basándose en la propagación de onda del material.

$$t = \left(0.9 \left(\frac{l}{c}\right)\right) \quad (2)$$

Donde:

0.9 Es el factor de escala para el paso de tiempo de computación

$l$  = Longitud del elemento menor.

$c$  = Velocidad del sonido.

La formulación de la velocidad del sonido es diferente para los elementos y materiales.

Para los elementos sólidos.

$$c = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}} \quad (3)$$

Para los elementos tipo cascarón (Shell).

$$c = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1-\nu^2)}} \quad (4)$$

Donde:

$E$  = Módulo de Young.

$\nu$  = Relación de Poisson's

$\rho$  = Densidad de masa.

### Modelos de material.

La fig. 2 muestra los valores de las constantes para modelos de material suponiendo el comportamiento de Johnson-Cook [18].

Steel	Ref.	A (MPa)	B (MPa)	n	C	m
AISI 4340	[21]	950.0	725.0	0.375	0.015	0.625
AISI 4340	[22]	792.0	510.0	0.26	0.014	1.03
AISI 1045	[23]	553.1	600.8	0.234	0.013	1.000

Fig.2.- Valores de las constantes para aceros [Modelo de Johnson-Cook][18]

**Contacto.**

Se utilizó la capacidad automática del paquete en los análisis de contacto. Para satisfacer las condiciones de contacto se utilizan restricciones y métodos de penalización. Las opciones de tipos de contacto son: De contactos deformables a cuerpos deformables; contacto de superficie simple en cuerpos deformables; y de cuerpo deformable a contacto de cuerpo rígido. Es necesario definir las partes involucradas.

En el presente trabajo, se utilizan contactos del tipo bidimensional de superficie a superficie, de nodos a superficie y superficie simple (2d automatic surface to surface contact automatic nodes to surface and single surface), para definir el contacto global entre cuerpos deformables llamando parte esclava (pieza de trabajo) y el cuerpo rígido parte maestra (es la herramienta) para remallado.

**Comportamiento de metal para altas velocidades de corte.**

Las características del metal utilizando altas velocidades de corte están basadas principalmente en altas deformaciones en la pieza de trabajo. Se generan grandes deformaciones en el material de la pieza de trabajo debido a las altas velocidades en una pequeña área.

Así, de este modo, es necesario determinar el flujo del esfuerzo en el corte bajo cualquier condición cuando el material empieza a deformarse. En la mayoría de las pruebas de maquinado, el material de la pieza de trabajo se deforma en condiciones que son diferentes a las encontradas al hacer pruebas de un material con otros tipos de procesos de manufactura, esto puede ser observado en la Fig. 3.

Production process	Strain [-]	Strain rate [s <sup>-1</sup> ]	T <sub>homologous</sub> [-]
Extrusion	2-5	10 <sup>-1</sup> -10 <sup>2</sup>	0.16-0.7
Forging/rolling	0.1-0.5	10 <sup>0</sup> -10 <sup>3</sup>	0.16-0.7
Sheet-metal forming	0.1-0.5	10 <sup>0</sup> -10 <sup>2</sup>	0.16-0.7
Machining	1-10	10 <sup>3</sup> -10 <sup>6</sup>	0.16-0.9

Fig.3.-Datos en el material para diferentes procesos de manufactura. [18].

La velocidad de deformación en el proceso de maquinado está en un rango de 10<sup>3</sup> - 10<sup>6</sup>/Seg, pero para otros procesos está en un rango de 10<sup>-1</sup> - 10<sup>3</sup>/Seg, por lo que es claro que el comportamiento de los metales es diferente para los procesos de maquinado.

De este modo se concluye que el uso de la ecuación del modelo de material constitutivo, basado en pruebas de otros procesos, no son usadas en modelos numéricos del modelo material para maquinado.

En el corte de metal con altos procesos de deformación, el flujo de esfuerzos principalmente depende de la deformación ( $\epsilon$ ), velocidad de deformación ( $\dot{\epsilon}$ ), y temperatura ( $T$ ).

$$\sigma = (\epsilon, \dot{\epsilon}, T) \quad (5)$$

Al introducir el modelo del material constitutivo para la pieza de trabajo en el proceso de corte, las propiedades importantes para ser investigadas son la temperatura, las deformaciones y la velocidad de deformación en las zonas primarias y secundarias de corte [11].

Con la investigación de estos parámetros, la ecuación del modelo-material constitutivo puede ser generada y ésta describe la dependencia del flujo de esfuerzo con la temperatura, deformaciones y velocidad de deformación.

**Modelo numérico de corte de metal.**

La parte más importante para simular algún proceso es el modelo numérico. En el modelo numérico se pueden hacer tres tipos de aproximaciones para el proceso de corte de metal, las basadas en el punto de vista Lagrangiano [14], el Euleriano, y la combinación de ambos llamada ALE (Lagrangiano-Euleriano) [8]. En la aproximación Lagrangiana, la posición y las propiedades físicas de los puntos del material se describen en términos de coordenadas de referencia y tiempo, como descripción de material. La aproximación Lagrangiana se utilizó en el presente trabajo.

**Representación de flujo Euleriano o Lagrangiano.**

En el caso de la fig. 4 para el caso Euleriano la atención es puesta en la velocidad que varía de elemento a elemento en algún tiempo. En el caso Lagrangiano, la atención está enfocada sobre cómo la velocidad de un elemento en particular varía con el tiempo. [9].

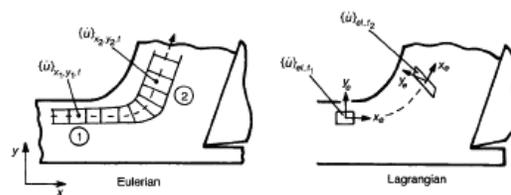


Fig.4.-Vista de un modelo Euleriano y Lagrangiano de un flujo plástico. [17].

La ventaja del enfoque Euleriano es que ve que la forma del elemento no cambia con el tiempo, (Sin embargo en una problema de maquinado, es importante determinar la localización de la superficie libre de la viruta que es parte del problema por resolver).

Por lo que es necesario desarrollar las fronteras de la superficie libre de un elemento mallado por iteración. Un problema más general es cómo describir los cambios de propiedad del material, como el endurecimiento por deformación, de elemento a elemento. (El análisis Euleriano es más común en fluidos mecánicos que en sólidos mecánicos, porque las propiedades del fluido varían menos con la deformación que los sólidos). En problemas de flujo constante, se asumen las propiedades del material en convección a lo largo de las líneas de corriente.

El enfoque Lagrangiano no tiene problemas con las propiedades del material. El estado de un material es fijo en un elemento. Sin embargo, en flujo, un elemento cambia de forma, por lo que sigue las no linealidades geométricas en adición a las no linealidades del material en las ecuaciones del elemento finito. Ver fig. 4.

Sin embargo, es común requerir la posición de ejes para la transformación de las ecuaciones de los elementos individuales para un posterior ensamblaje global. Un contador de rotación en los elementos en sistema de coordenadas locales, para la actualización de la matriz de los elementos, es repetidamente requerido.

#### VARIABLES GEOMÉTRICAS QUE INTERVIENEN EN EL CORTE.

A continuación se definen las partes que son requeridas para modelar el proceso de corte, estas partes son:

- 1) Pieza de trabajo.
- 2) Herramienta de trabajo.

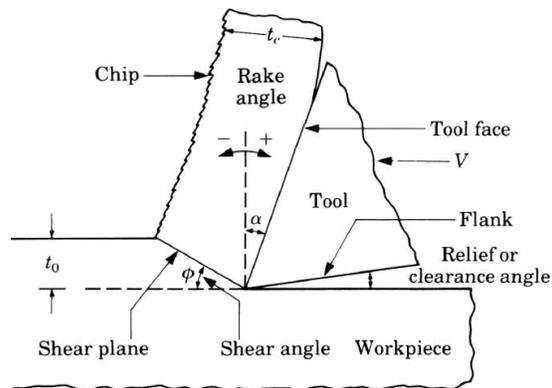


Fig.-5.-Esquema de corte ortogonal idealizado [14].

La Fig. 5 muestra la forma típica del proceso de corte ortogonal. Los parámetros efectivos en el proceso de corte son:

Ángulo de incidencia, ángulo de claro, avance, velocidad de la herramienta, longitud de la pieza de trabajo y la profundidad de corte.

En todos los cálculos en 2D el flujo del material es restringido sólo en un plano (XY). La pieza de trabajo en 2D se modela con elementos SHELL.

#### Aplicación de las condiciones de frontera.

Las condiciones de frontera tienen un importante significado en el modelado del proceso de corte. Estas condiciones de frontera son las siguientes:

- a) Para este trabajo la velocidad de corte es aplicada a la herramienta de trabajo.
- b) Basado en la aplicación de la velocidad en las condiciones de frontera para la herramienta o la pieza de trabajo, las restricciones de los desplazamientos son aplicados a cualquiera de ellos.

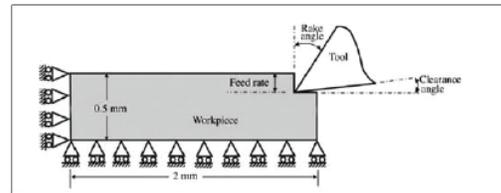


Fig.-6.-Aplicación de las condiciones de frontera cuando la velocidad es aplicada en la herramienta. [4], [5].

La razón por la cual la velocidad de corte es aplicada a la herramienta y no a la pieza de trabajo es porque así se permite el flujo del material en la dirección horizontal de todos los nodos; las restricciones, como se aprecia en la fig. 6, se aplican en el parte inferior de la pieza de trabajo y en la dirección horizontal sobre el lado izquierdo de la pieza. La pieza de trabajo está restringida para moverse en el plano (XY).

#### Pieza de trabajo y modelo-material de la pieza de trabajo.

El modelo de la pieza de trabajo se realizó basado en el comportamiento del material, con altas velocidades de maquinado, el cual se describió en la sección anterior. El modelo-material constitutivo de Johnson-Cook [12] describe una buena aproximación del comportamiento del material, con altas velocidades de maquinado.

El propósito del modelo-material constitutivo de Johnson-Cook describe el flujo del esfuerzo como un producto de la deformación, velocidad de deformación y efectos de temperatura. Se considera el ablandamiento térmico del material con altas velocidades de deformación.

La ecuación que representa el modelo –material constitutivo descrita por Johnson–Cook está dada por:

$$\sigma = [A + B(\epsilon^p)^n] \left[ 1 + C \ln \left( \frac{\dot{\epsilon}^p}{\dot{\epsilon}_0} \right) \right] \left[ 1 - \left( \frac{T - T_{room}}{T_{Melt} - T_{room}} \right)^m \right]$$

(6)

Donde:

A, B, C, n y m: valores constantes para especificar el tipo de material.

$\sigma$ : Flujo de esfuerzo efectivo.

$\epsilon^p$ : Valor de la deformación plástica efectiva.

$\left(\frac{\dot{\epsilon}^p}{\dot{\epsilon}_0}\right)$ : Relación de la velocidad de deformación plástica adimensional.

$T_{room}$ : Temperatura ambiente.

$T_{Melt}$ : Temperatura de fundición del material.

La ecuación (5) indica la dependencia no-lineal del flujo del esfuerzo sobre la deformación plástica efectiva. Para estimar el esfuerzo efectivo, es necesario resolver la ecuación exacta no lineal, el cual requiere iteración en la deformación plástica efectiva. Uno de estos métodos de solución es el de Newton-Raphson [2], del cual se obtiene una buena aproximación para el valor del flujo del esfuerzo.

La Fig. 2 describe el valor de las constantes para el modelo-material constitutivo de Johnson-Cook para diferentes materiales. [18].

Cuando los efectos de la temperatura son despreciados, se simplifica.

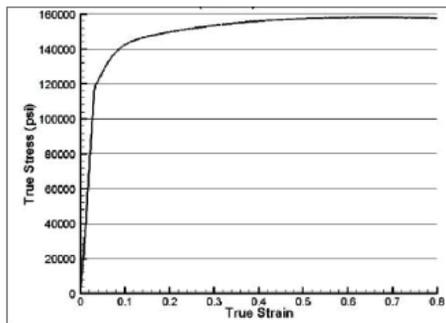


Fig.7.-Curva esfuerzo-deformación para acero AISI 4130. [14].

La fig. 7 muestra el modelo-material de la pieza de trabajo con plasticidad lineal, es un modelo elastoplástico, el cual puede ser tomado en cuenta como el modelo que escala el esfuerzo de cedencia con el factor.

$$1 + \left(\frac{\dot{\epsilon}}{C}\right)^{\frac{1}{p}}, \quad (7)$$

Donde:

$\dot{\epsilon}$ : Velocidad de la deformación.

C y p : Son los parámetros de la velocidad de deformación.

$$\sigma(\dot{\epsilon}_{eff}^p, \epsilon_{eff}^p) = \sigma_y^s(\dot{\epsilon}_{eff}^p) \left[ 1 + \left(\frac{\dot{\epsilon}_{eff}^p}{C}\right)^{\frac{1}{p}} \right], \quad (8)$$

Donde:

$\sigma_y^s(\dot{\epsilon}_{eff}^p)$ : Esfuerzo estático.

$\epsilon_{eff}^p$ : Deformación plástica efectiva.

$\dot{\epsilon}_{eff}^p$ : Velocidad de deformación plástica efectiva.

**Modelo de fricción.**

La fricción en el proceso de corte ortogonal ocurre en la superficie de contacto de la herramienta y la pieza de trabajo.

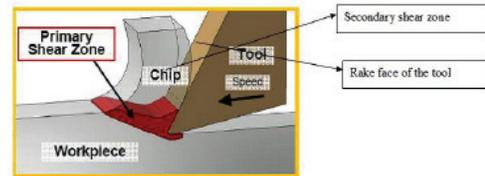


Fig.8.-Áreas principales de contacto indicadas. [5].

Cerca de la punta de la herramienta de corte la fricción existe en el área de contacto de la cara de incidencia de la herramienta y la viruta, donde la fricción por deslizamiento ocurre en el área remanente. En el presente trabajo se utiliza la ley de fricción de Coloumb para el modelo de fricción descrita por la ecuación 9.

$$\mu_c = FD + (FS - FD)(e^{-DCx V_{rel}^2}), \quad (9)$$

Donde:

DC: Coeficiente de deterioro, el cual describe la relación exponencial entre los coeficientes de fricción estáticos y dinámicos.

$V_{rel}$ : Velocidad relativa entre partes en contacto.

**ANÁLISIS DE CORTE EN 2D CON EL USO DE REMALLADO ADAPTATIVO**

Como el corte de metal es un proceso altamente deformable, debido a la alta deformación de los elementos, la distorsión severa que se presenta puede ser controlada por el mallado adaptativo.

El mallado adaptativo puede ser realizado con el movimiento de los nodos o el remallado del modelo. Esta herramienta se utilizó para reducir los elementos distorsionados o refinar el mallado en áreas donde el error estimado es alto.

El mallado adaptativo no trabaja para vigas, varillas, tubos, resortes, amortiguadores, huecos y elementos masa. [8].

#### Tratamiento de hourglass.

En simulaciones de alta deformación, el modo hourglass (Modo de cero energía), puede ser reducido para uso en diferentes técnicas. El tratamiento de hourglass por amortiguamiento no previene las oscilaciones, sólo las reduce un poco [18]; así, la forma de rigidez de Flanagan-Belytschko para el control del modo de hourglass en la fig.9, afecta la morfología de la viruta; en la Fig.9 (a) El control del mallado sin hourglass, la viruta presenta un rizo más pronunciado, en la Fig. 9 (b) Se presenta menos rizo en la viruta el cual, se observa que ya se tiene control del modo de hourglass.

En los resultados, según [7] al ser comparadas las fuerzas de corte de la herramienta, sin control de hourglass y con control de hourglass, se tiene una diferencia del 10% en los resultados, el cual esto nos indica, que es conveniente trabajar con simulaciones con control de hourglass, los resultados son más cercanos a la realidad física.

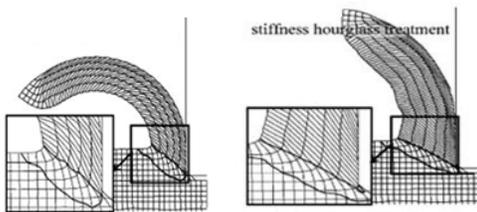


Fig.9.-(a) Morfología de la viruta sin control de hourglass con mallado adaptativo, (b) Morfología de la viruta con control de hourglass en mallado adaptativo. [7].

#### Error de la energía normal.

En el presente trabajo, la simulación es presentada de acuerdo al remallado adaptativo, el software explícito utilizado verifica en forma automática, de acuerdo a parámetros previamente establecidos, el estado del remallado después de que los elementos son deformados, posteriormente se calcula el error normal y entonces se presenta un ajuste en el remallado, generalmente la conectividad del mallado se define por coordenadas nodales.

Cuando se presenta un elemento de distorsión, los elementos son reformulados con nuevas coordenadas espaciales; así, se minimizan los elementos de distorsión.

La convergencia del modelo es determinada por comparación del error de la energía normal, o en otras palabras con el error de la energía de deformación.

Cuando el error de la energía normal del modelo es igual o está por debajo del error de la energía normal especificada, la solución es considerada en convergencia.

Esto puede ser definido por la formula [8].

*Error de la energía normal*

$$= \sqrt{\frac{\sum \text{Error de la energía total de deformación}}{\text{Energía Total de deformación}} * 100} \quad (10)$$

**Proceso normal para encontrar la solución en un modelo explícito.**

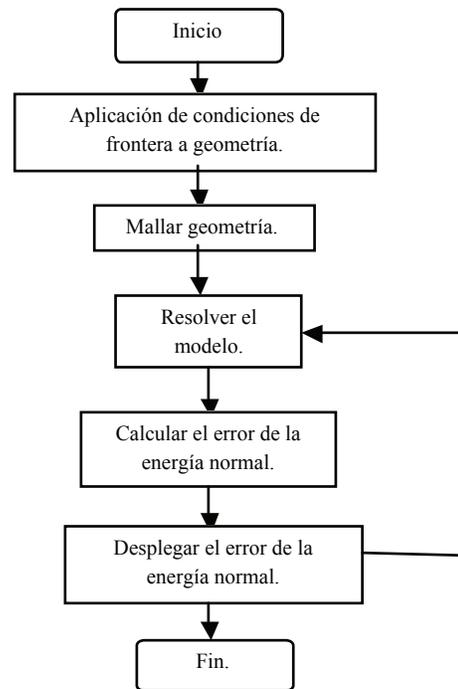


Fig.10. -Proceso de simulación para el remallado adaptativo.

**Modelo numérico de corte con el uso de software explícito.**

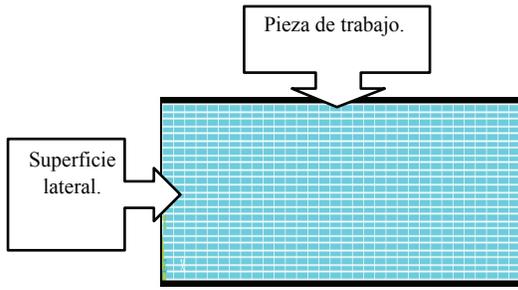


Fig.11.-Geometría y mallado de la pieza de trabajo.

**Aplicación de las condiciones iniciales y de frontera.**

Para simular el corte, la primera condición de frontera aplicada es la velocidad de corte de la herramienta como se muestra en la Fig.12. Los grados de libertad de traslación y de rotación, por la posición particular de los nodos, pueden ser restringidos globalmente en la dirección deseada, como se muestra en la Fig.12.

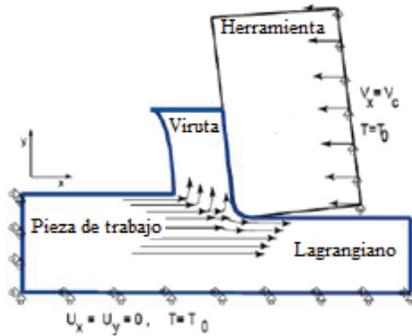


Fig.12.-Aplicación de condiciones de frontera.[17].

**Suposiciones del modelo.**

- a) La herramienta es modelada como cuerpo rígido.
- b) El uso de refrigerante en el corte de metal no se considera.
- c) La velocidad de corte de la herramienta es considerada constante.
- d) El flujo de la temperatura no se considera.

Las simulaciones se realizaron para diferentes casos como se muestra en la Fig. 13.

Caso	$\alpha$	$\gamma$	VC(m/min)	Acero
1	$-5^{\circ}$	$10^{\circ}$	10	1045
2	$-5^{\circ}$	$10^{\circ}$	20	1045
3	$7^{\circ}$	$10^{\circ}$	10	4340
4	$7^{\circ}$	$10^{\circ}$	20	4340
5	$-5^{\circ}$	$10^{\circ}$	150	1045

Fig.13.-Diferentes condiciones de corte.

**Resultados**

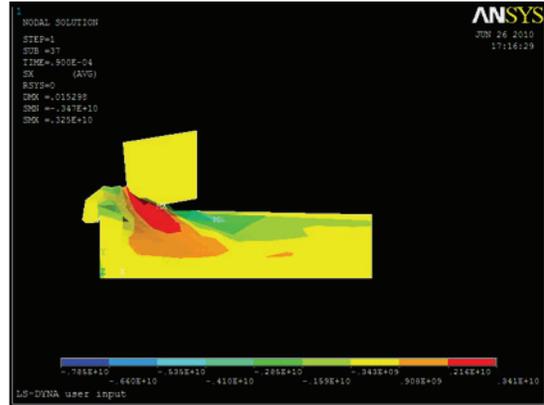


Fig.14a.-Esfuerzos en x para el caso 1 y 2 que se representa en la fig.13.

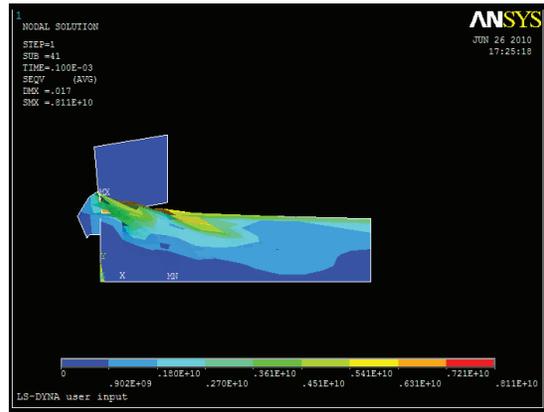


Fig.14b.-Esfuerzos de Von mises para el caso 1 y 2 que se representa en la fig. 13.

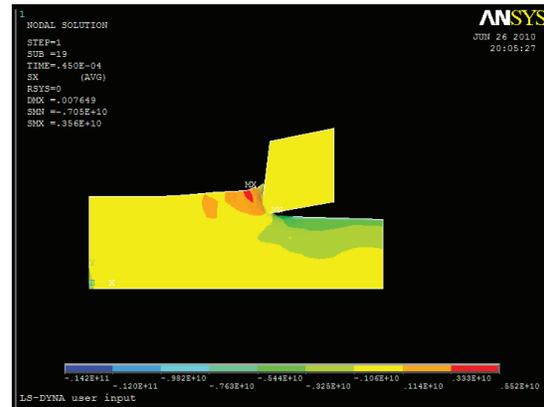


Fig.15a.-Esfuerzos en x para el caso 3 y 4 que se representa en la fig.13.

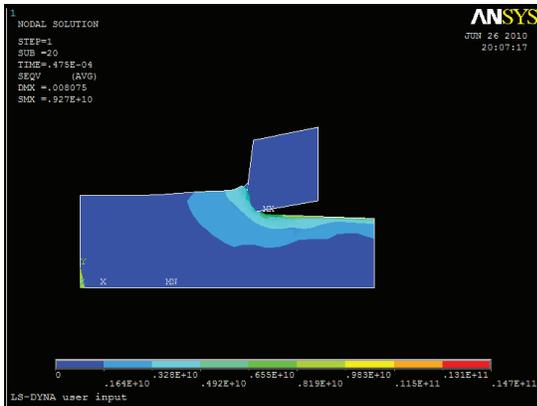


Fig.15b.-Esfuerzos de Von mises para el caso 3 y 4 que se representa en la fig.13.

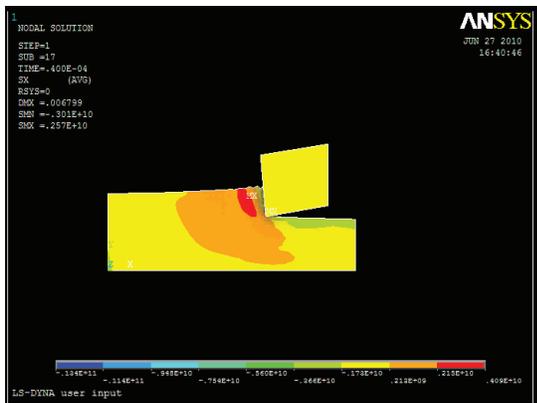


Fig.16a.-Esfuerzos en x para el caso 5 que se representa en la fig.13.

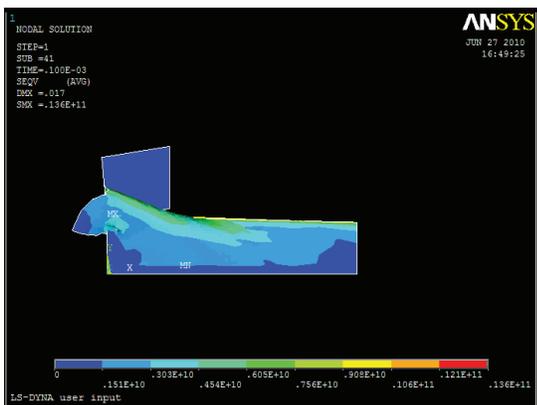


Fig.16b.-Esfuerzos de Von mises para el caso 5 que se representa en la fig.13.

### Esfuerzos en x:

En relación a los esfuerzos en x que se obtuvieron como resultados, se observó un comportamiento similar en los valores más altos obtenidos en los datos de interés en el estudio para verificación del acabado superficial en la pieza de trabajo; estos valores se observan en la zona primaria de corte.

En los casos 1 y 2 (ACERO 1045), los esfuerzos más altos obtenidos a tensión fueron de  $0.34e10\text{N/m}^2$ ; y en los casos 3 y 4 (ACERO 4340) el valor más alto resulta de  $0.552e10\text{N/m}^2$  a tensión, por lo que podemos afirmar que los resultados dependen en estos modelos de las propiedades del material de trabajo y de los parámetros de corte utilizados.

En el caso 5 los resultados obtenidos son muy similares que los casos 1 y 2, la diferencia radica en los parámetros de corte ya que se trabajó con una velocidad de corte de  $VC=150\text{m/min}$ , y con diferentes condiciones de fricción, el material es el mismo (ACERO 1045).

### Esfuerzos de Von mises.

En relación a los esfuerzos de Von mises que se obtuvieron como resultados, se observó un comportamiento similar en los valores más altos obtenidos en los datos de interés en el estudio para verificación del acabado superficial en la pieza de trabajo, estos valores se observan en la zona primaria de corte.

En los casos 1 y 2 (ACERO 1045), los esfuerzos más altos obtenidos fueron de  $0.81e10\text{N/m}^2$ ; y en los casos 3 y 4 (ACERO 4340) el valor más alto resulta de  $0.147e11\text{N/m}^2$ , por lo que podemos afirmar que los resultados dependen, en estos modelos, de las propiedades del material de trabajo y de los parámetros de corte utilizados.

En el caso 5 los resultados obtenidos más altos son de  $0.136e11\text{N/m}^2$  y en los casos 1 y 2 los esfuerzos más altos son de  $0.81e10\text{N/m}^2$ , la diferencia radica en los parámetros de corte ya que se trabajó con una velocidad de corte de  $VC=150\text{m/min}$  en el caso 5 y de 10 a 20  $\text{m/min}$  en los casos 1 y 2, y con diferentes condiciones de fricción.

## Conclusiones

1.-Se ha utilizado el remallado adaptativo en esta simulación con resultados adecuados en la zona primaria de corte.

2.- Con el uso de este software no es posible utilizar el remallado adaptativo en áreas específicas como son aquellas en las que ocurren altas deformaciones plásticas; solo se logró en la zona primaria de corte, en la zona terciaria donde se requiere analizar el acabado superficial y los esfuerzos residuales, no se aprecian en forma adecuada, a pesar de que fue utilizado un mallado fino.

3.-Para obtener resultados más aproximados a la realidad en las diferentes zonas, se requiere implementar una técnica más efectiva para analizar el fenómeno de corte, se propone usar la técnica de partículas suaves hidrodinámicas (SPH) que incluye la aproximación ALE.

## Referencias

- [1] A. Raczy, W.J.Altenhof, and A.T.Alpas: "An Eulerian Finite element modeling of metal cutting process."
- [2] COMMAS COURSE notes by Prof. Manfred Bischoff, Prof. Cristian Miehe, Prof. Wolfgang Ehlers: "Computational mechanics of structures, micro mechanics of materials and homogenization methods, continuum mechanics, October 2006-October 2007."
- [3] Halil Bil: "Simulation of orthogonal metal cutting by finite element analysis, August 2003."
- [4] Halil Bil, S. Engin Kilic, A.Erman Tekkaya: A comparison of orthogonal cutting data from experiments with three different finite elements models, 2004, department of mechanical engineering, Middle east Technical University, Ankara Turkey, International Journal of machine tools manufacture 44, 2004 933-944.
- [5] J. Limido, M. Salas, C.Espinoza, J.L. Lacombe: "A new approach of high speed cutting modeling: "The SPH method, Ensica, LSTC, 2007."
- [6] Livermore software technology corporation (LSTC): "LS-DYNA Keyword user's manual, volume 1, version 971, may 2007."
- [7] M.Barge, H. Hamdi, J. Rech, J.M. Bergheau: "Numerical modeling of orthogonal cutting: Influence of numerical parameters", Journal of materials processing Technology; 164-165 (2005) 1148-1153.
- [8] M. Movahhedy, M.S. Gadala y Altintas: "Simulation of the orthogonal metal cutting process using an arbitrary Lagrangian-Eulerian finite-element method, Journal of materials processing Technology method, Journal of materials processing Technology 103, 2000 267-275, March 1999."
- [9] Prakash M. Dixit, Uday S. Dixit; 2008; "Modeling of metal forming and Machining Processes by FE and Soft Computing Methods"; Springer.
- [10] Rudolf B tiecher: "Advances in adaptive thermal-mechanical metal forming simulations in LS-DYNA", TMB GMBH, 2006.
- [11] S.P.F.C. Jaspers, J.H. Datzenburg: "Material behavior in metal cutting; Strains, strain rates and temperatures in chip formation", 21st November 2001.
- [12] Stefan Hoppe: "Phd Thesis on experimental and numerical analysis of chip formation in metal cutting", Aachen, January 2004.
- [13] T.D. Marusich M. Ortiz: "Modelling and simulation of high-speed machining, Division of Engineering, Brown University, providence RI 02922, USA."
- [14] Troy D. Marusich, Jeffrey D. Thiele and Christopher J.Brand: "Simulation and analysis of chip breakage in turning process", 2001.
- [15] Tugrul zel and Eron Zerel: Finite element modeling the influence of edge ruondness on the stress and temperatura fields induced by high-speed machining, Springer-Verlog London limetded, 2006.
- [16] Tugrul zel and Yi Git Karpel: "Identification of constitutive material model parameters for high-strain rate metal cutting conditions using evolutionary computational algorithms material and manufacturing process", 22:659667, 2007.
- [17] Tugrul zel and Eron Zerel: Finite element modeling simulation of machining of AISI 1045 steel with a round edge cutting tool, Departament of industrial and systems engineering, Rutgers, the state university of New Jersey, Piscatway, new Jersey 08854 USA.
- [18] W.J.Kang, S.S. Cho and H.Huh: "Modified Johnson-Cook model for Vehicle body crashworthiness simulation, Department of mechanical Engineering, Korea Advanced Institute of science and technology, 373-1 Kusong dong, Yusonggu, Taejon 305-701, Korea."

## Nota Autobiográfica

M.I. Baldomero Lucero Velázquez, Maestro en Ingeniería Mecánica UNAM, Profesor Investigador de carrera titular "B" Instituto Tecnológico Superior de Cajeme, Subdirección de investigación y posgrado, Doctorante en Ingeniería Mecánica por la Universidad de Guanajuato Campus Irapuato-Salamanca, Cd. Obregón Sonora México. blv72@hotmail.com; blv@itesca.edu.mx.

Dr. Eduardo Aguilera Gómez, Profesor Investigador tiempo completo SNI 1, Universidad de Guanajuato campus Irapuato-Salamanca eag@salamanca.ugto.mx

Dr. Elías Ledesma Orozco, Profesor Investigador tiempo completo SNI1, Universidad de Guanajuato campus Irapuato-Salamanca elias@salamanca.ugto.mx

M.I. Eusebio Jiménez López, Profesor investigador Universidad Tecnológica del Sur de Sonora, Cd. Obregón, Sonora, México ejimenezl@msn.com

M.I. Juan José Delfín Vásquez, Profesor Investigador Instituto Tecnológico Superior de Cajeme, Cd. Obregón, Sonora, México jdelfin@itesca.edu.mx

M.I. Adolfo Elías Soto González, Profesor Investigador de carrera titular "B" Instituto Tecnológico Superior de Cajeme, Cd. Obregón, Sonora, México asoto@itesca.edu.mx

# *Estudio Comparativo entre un Concentrador Solar Continuo y uno Segmentado*

José Efrén Ruelas Ruiz. Profesor Investigador del Instituto Tecnológico Superior de Cajeme.  
Nicolás Velázquez Limón. Jefe del Centro de Estudios de las Energías Renovables de la Universidad Autónoma de Baja California.  
Ricardo Beltrán Chacón. Estudiante del Doctorado de la Universidad Autónoma de Baja California.

## Resumen

El presente artículo se refiere al estudio comparativo entre las superficies de un reflector continuo y uno segmentado de un Concentrador Solar tipo Scheffler (CSTS), cuyas dimensiones de reflector y receptor están dadas de acuerdo a la demanda térmica de un motor Stirling de 2.75 kWe. La comparación se realiza con el fin de conocer la distribución de los rayos en el receptor. El primer caso se refiere a una superficie de reflector construido con segmentos circulares de 0.05 m y en segundo caso por un reflector de superficie continua ideal, para ello se desarrolla y aplica una metodología de diseño óptico asistido por computadora con el objetivo de obtener modelos de simulación por computadora que permitan establecer las características del sistema de concentración. Los resultados obtenidos muestra que es factible de emplear superficies de reflector con segmentos menores a los 0.05 m, que a diferencia de el reflector continuo, este permite tener errores de seguimiento de hasta 2 grados.

## Abstract

This article refers to the comparative study between a segment surfaces reflector and a continuous surfaces reflector for a Solar Concentrator type Scheffler (CSTS), the dimensions of the reflector and receiver are given according to the thermal demand of 2.75 kW Stirling engine. The comparison is made for know the distribution of the rays on the receiver.

Keywords: Simulation, Optics, Solar Concentrator, Scheffler, Stirling.

$Q_{abs}$  Radiación incidente en el absorbedor [W/m<sup>2</sup>]

$I_a$  Radiación solar incidente [W/m<sup>2</sup>]

$A_{ap}$  Área de apertura [m<sup>2</sup>]

$\rho$  Reflectancia de la superficie

$\varphi$  Factor de intercepción

## Palabras clave

Simulación, Óptico, Concentrador Solar, Scheffler, Stirling.

## Introducción

El presente trabajo forma parte de la investigación que plantea el desarrollo teórico y experimental de un concentrador solar con absorbedor fijo, para generación eléctrica mediante un motor Stirling de 2.75 kW, que se lleva a cabo en el Centro de Estudio de las Energías Renovables de la Universidad Autónoma de Baja California. Inicialmente se piensa en un concentrador solar con absorbedor fijo para mejorar y facilitar el desarrollo de la tecnología de generación eléctrica distribuida por medio de motores Stirling con aplicación en los sectores rurales aislados o zonas urbanas que no cuentan con el suministro de energía eléctrica, sin descartar, posibles aplicaciones alternas de esta tecnología, la cual está en crecimiento debido a los problemas de dependencia del petróleo y calentamiento global del planeta.

Se han realizado simulaciones con la técnica de trazado de rayos en concentradores solares de disco parabólico [1] para concentradores tipo fresnel [2] y también se han aplicado en estudio del comportamiento de los concentradores en edificaciones [3], sin embargo no se cuenta con un estudio o simulación de trazado de rayos en concentradores solares tipo Scheffler; por ello, en el presente trabajo se desarrolla una metodología para realizar simulación empleando la técnica de trazado de rayos, que permita estudiar el comportamiento óptico de las reflexiones, entre un reflector solar tipo Scheffler [4] y una cavidad de absorbedor de foco fijo, de dimensiones que corresponden a un motor Stirling de 2.75 kW eléctricos [5].

**Desarrollo**

El presente estudio plantea una metodología con la finalidad de obtener el modelo de CAD y el comportamiento óptico del reflector tipo Scheffler, mediante análisis del primer casos, el cual corresponde a un reflector con superficie construida con segmentos circulares de 0.05m y el segundo caso corresponde al reflector con superficie continua. La metodología es aplicada en un sistema de concentración solar compuesto por un reflector solar acoplado a un receptor de cavidad cuyas dimensiones que corresponde a un motor Stirling de 2.75 Kw eléctricos, estos equipos incluyen sistemas adicionales como es el caso de estructuras de soporte y sistemas de seguimiento, como se muestra en la figura 1.

Referente a la metodología empleada para realizar la simulación del comportamiento óptico del concentrador (figura 2), esta compuesta por las siguientes etapas: Obtención de las variables de diseño, dimensionado de acuerdo al modelo geométrico del reflector tipo Scheffler, Obtención del modelo de CAD, Simulación de las reflexiones empleando la técnica de trazado de rayos. En la figura 2 se aprecia que la etapa de trazado de rayos, se puede analizar el comportamiento del concentrador, para diferentes variantes geométricas del reflector.

En una primera etapa se obtienen las dimensiones geométricas tanto de la parábola: área de apertura con diferentes geometrías, ajustadas a las especificaciones de espacio disponible y las especificaciones de concentración de energía radiante en el receptor del motor Stirling [5], tabla 1.

La ecuación 1, permite cuantificar la cantidad de energía solar captada por un concentrador solar [6] y con ella calcular el área de apertura del reflector.

$$Q_{abs} = I_d \cdot A_{ap} \cdot \rho \cdot \varphi \quad (1)$$

Ahora tomando en cuenta las condiciones de altura dadas por la ecuación 2, se establecen por medio de la ecuación de la parábola del punto focal (p) corresponde a 2 m de alto.

$$y = \frac{x^2}{4p} \quad (2)$$

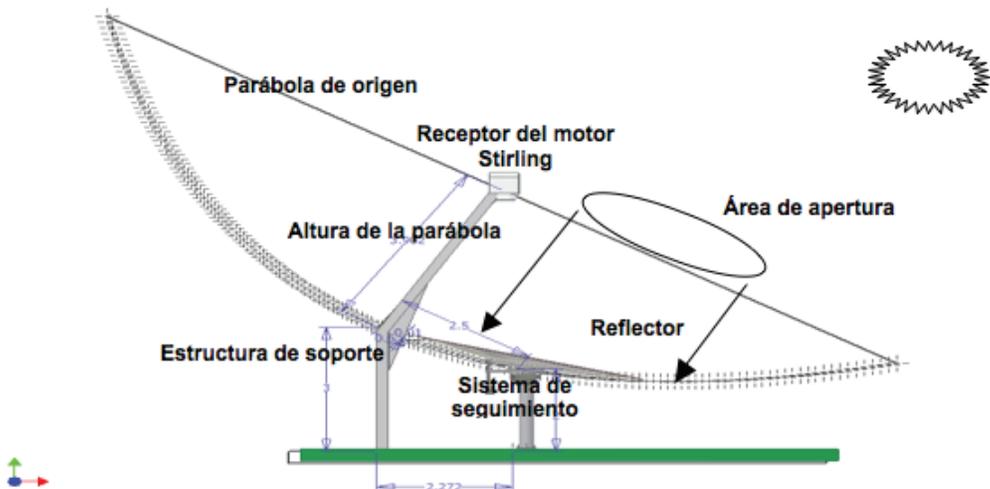


Figura 1. Esquema del concentrador tipo Scheffler.

Tabla 1. Especificaciones de demanda de energía.

DEMANDA ENERGÉTICA DEL MOTOR STIRLING	
Área de Absorbedor	840 cm <sup>2</sup>
Radiación requerida Absorbedor	6600 W térmicos

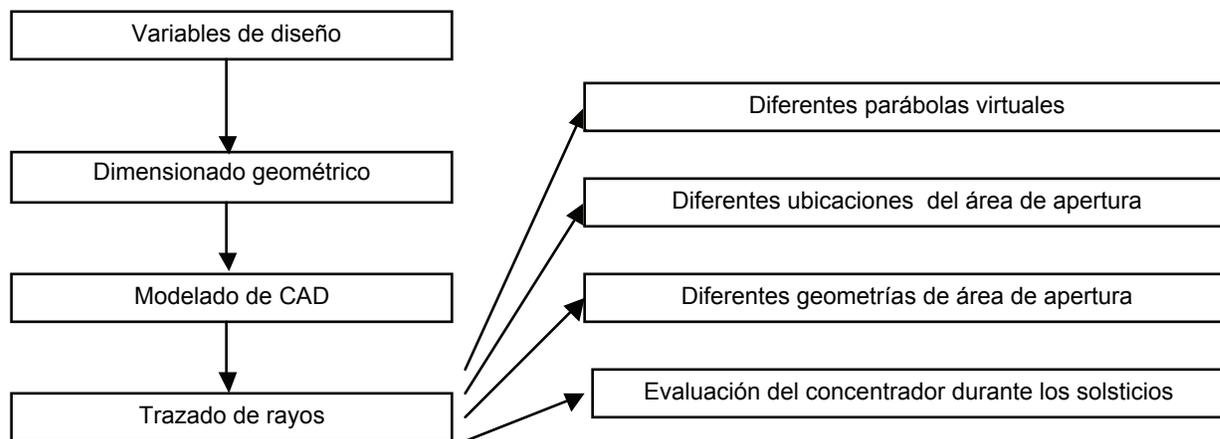


Figura 2. Diagrama de flujo para el estudio óptico del concentrador.

Posteriormente se estudian geometrías de área de apertura correspondientes a un rectángulo, una elipse y un círculo. A dichas geometrías se calcula sus dimensiones, según sea el caso para emplear estos datos anteriores en los modelos de CAD como se muestran en la figura 3, la cual corresponde a una área de apertura circular.

Finalmente para la obtención de las medidas del reflector Scheffler, se realiza una intersección con el área de apertura circular perpendicular al plano y la parábola virtual, apoyándose en el software de CAD como se muestra en la figura 4.

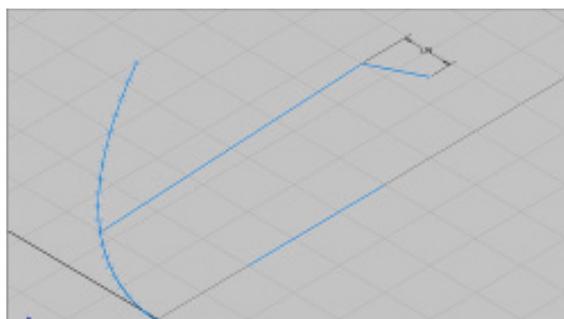


Figura 3. Parábola virtual y radio del área de apertura

Como resultado de esta operación se obtiene un sólido en 3D correspondiente al reflector Scheffler con área de apertura circular, para los otros casos (área de apertura cuadrada y elíptica) se tiene que repetir las operaciones de anteriores.

#### Simulación y estudio óptico para el caso I.

Primeramente en el software de trazado de rayos, se especifican las propiedades de reflector que en este caso en un espejo perfecto y del absorbedor que en este caso corresponde a un absorbedor perfecto, para después ubicar el reflector y absorbedor en el espacio X, Y, Z correspondiente a la parábola virtual, los

objetos de soporte, la dirección y dimensión de la retícula de rayos que incidirán sobre el reflector. En la figura 5 se muestra el comportamiento de las reflexiones para las diferentes geometrías analizadas y a manera de ilustración, se aplica un muestreo de 15 rayos por división con el objetivo de poder apreciar las diferentes geometrías de reflector.

Posteriormente, se determina si el reflector opera con una buena concentración durante todo el año, para ello es necesario calcular la posición del sol, en los solsticios y modificar la dirección de los rayos en el software de modelado óptico.

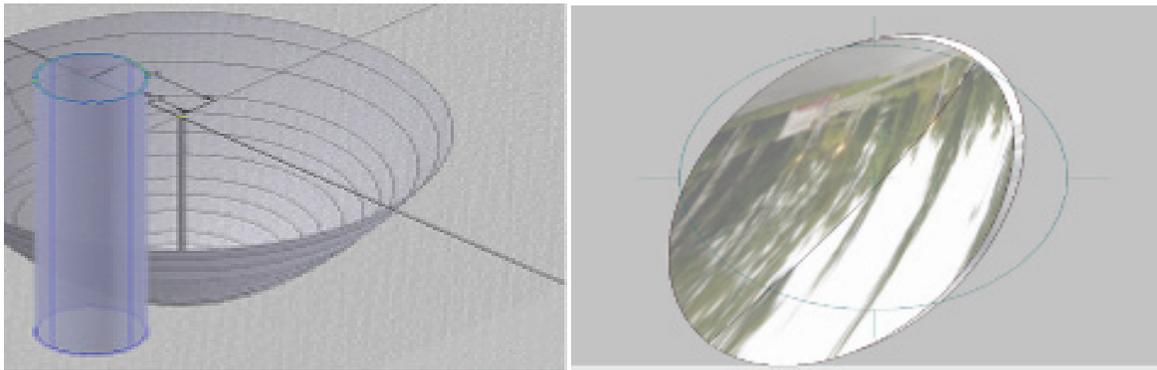


Figura 4. Proceso de obtención del modelo en 3D del reflector Scheffler

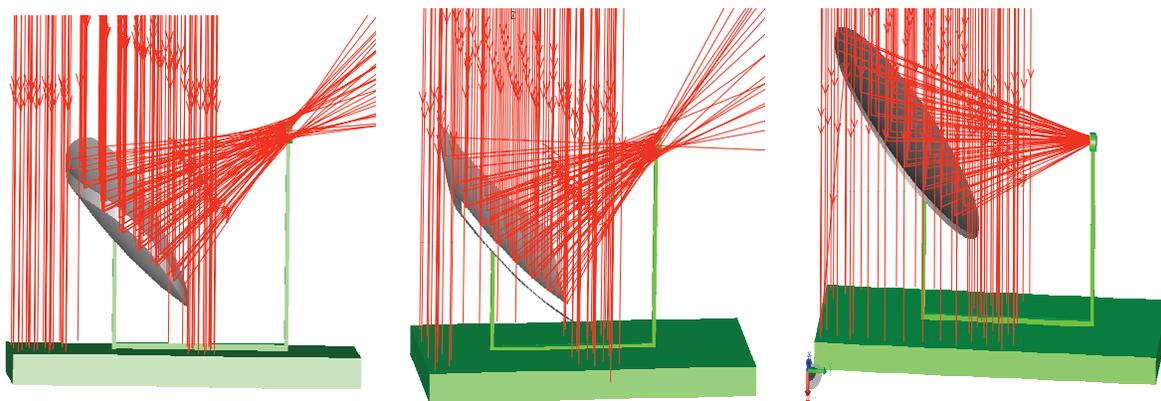


Figura 5. Trazado de rayos, para diferentes áreas de apertura (elíptica, rectangular, circular).

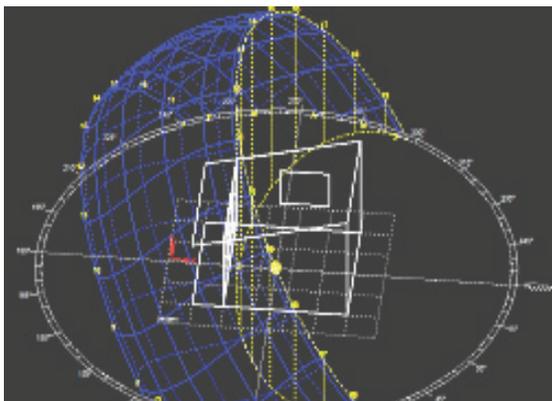


Figura 6. Diagrama de posición solar que corresponde a Mexicali

En la figura 6 se muestra el diagrama de trayectoria solar anual y se emplea como referencia para orientar el reflector de acuerdo a la ubicación geográfica del lugar, que en este caso corresponde a la ciudad de Mexicali. Posteriormente en el software de trazado de rayos se especifica la dirección y dimensión de la malla rayos de acuerdo con los ángulos calculados de la ubicación del sol. A manera de ejemplo en la figura 6 se muestra el colector ajustado a la posición del sol correspondiente al las 12:00 del solsticio de verano.

Adicionalmente se evalúa el porcentaje de rayos que inciden en el reflector y absorbedor. Para garantizar que toda el área del reflector está cubierta por rayos, se verifica la parte posterior, como se muestra en la figura 7. Finalmente se genera un reporte de la cantidad de rayos que inciden en las caras de los objetos correspondientes a la superficie del reflector y el absorbedor.

En este caso se obtiene la imagen que forman los rayos que inciden en el absorbedor, que se forma como resultado de la orientación del colector durante los solsticios. En la figura 8 se muestra a manera de ilustración la imagen que se obtiene en el absorbedor correspondiente al solsticio de verano a las 13:00

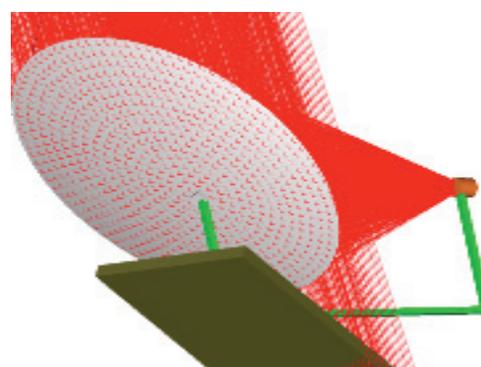
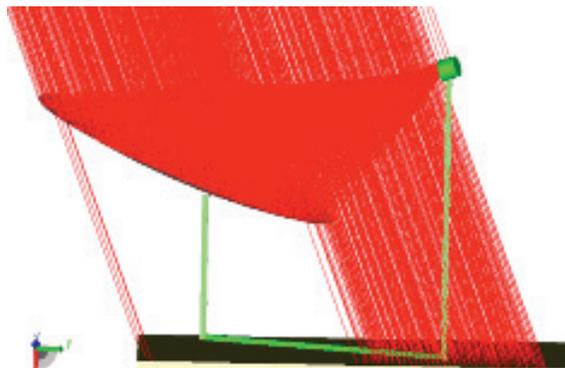


Figura 7. Orientación del reflector solar correspondiente al 21 de junio a las 12:00.



Figura 8. Imagen del el absorbedor correspondiente al solsticio de verano a las 13:00

En este caso se obtuvo que la geometría de área de apertura circular presente tiene mayor concentración de acuerdo con los resultados mostrados en la tabla 2, debido a que esta geometría es la que tiene una distribución de su área más puntual respecto a las otras.

Tabla 2. Evaluación de la incidencia de rayos para diferentes geometrías de área de apertura.

Geometría del área de apertura	Cantidad de rayos en el reflector	Cantidad de rayos en el en el absorbedor	Porcentaje de concentración de rayos
Rectangular	4883	2481	50.8
Elíptica	5522	2733	49.5
Circular	4413	4413	100

La imagen de mayor concentración que se obtiene en la fecha del 21 de junio a las 12:00 como se muestra en la figura 9 y la menor concentración que se obtiene en la fecha del 21 de diciembre a las 12:00. Esto es debido a que la orientación del colector y la dirección de la incidencia de los rayos sol, provocan una incremento en la dispersión de los rayos reflejados en el absorbedor.

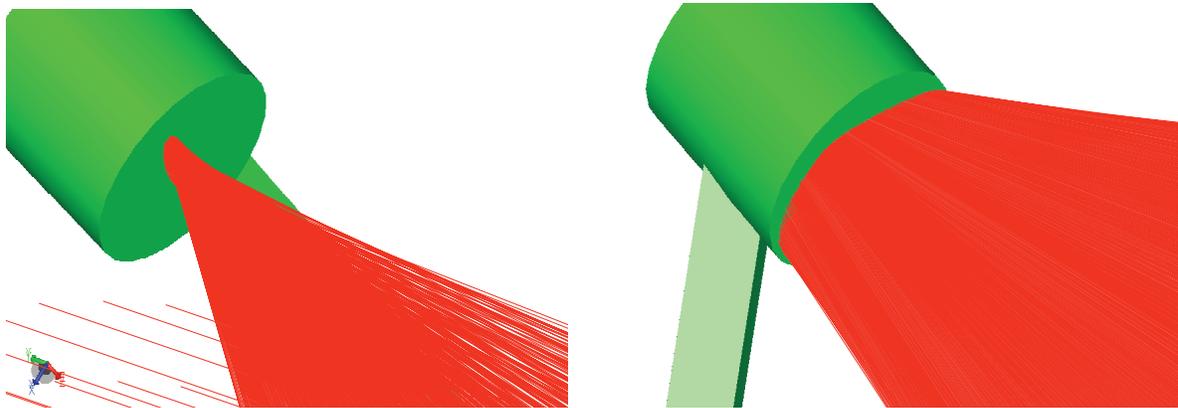


Figura 9. Imágenes de la variación de la concentración de rayos en el receptor.

Tabla 3. Concentrador promedio del reflector.

Fecha y hora	Cantidad de rayos en el reflector	Cantidad de rayos en absorbedor	Porcentaje de concentración
21_junio_12:00	5670	5670	100
21_junio_13:00	4434	4434	100
21_junio_14:00	4244	4244	100
21_junio_15:00	4328	4328	100
21_junio_16:00	4765	4765	100
21_junio_17:00	4785	4785	100
21_junio_18:00	4338	4338	100
21_junio_19:00	4554	4554	100
21_Dic_12:00	4550	4550	100
21_Dic_13:00	4588	4588	100
21_Dic_14:00	4548	4548	100
21_Dic_15:00	4802	4802	100
21_Dic_16:00	4765	4765	100
21_Dic_17:00	4768	4768	100
21_Dic_18:00	4706	4706	100

La evaluación del porcentaje de concentración (tabla 3), se lleva a cabo a partir del medio día aprovechando el comportamiento simétrico de la posición del sol durante el día y para los solsticios de verano e invierno que corresponden en un año 21 de junio y 21 de diciembre. La evaluación del comportamiento promedio del reflector resultó, tener una concentración del 100% de los rayos, sin embargo se tiene una variación en la cantidad de rayos que intercepta el reflector. Se obtuvo una máxima disminución en la cantidad de rayos concentrados de rayos de 11.6% y un promedio de 4.4% (figura 10).

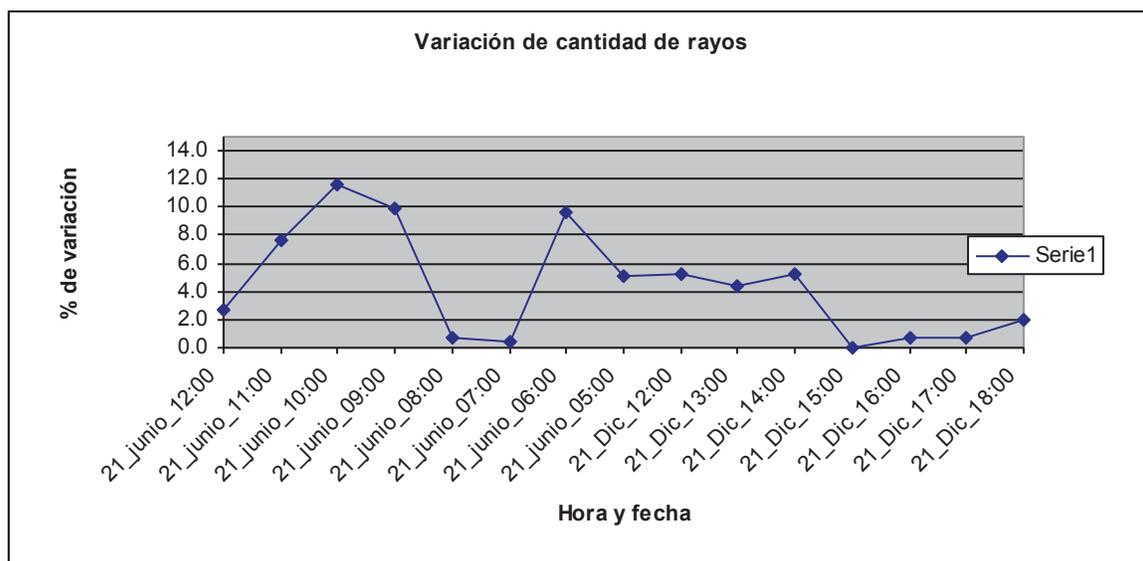


Figura 10. Porcentajes de rayos concentrados en los solsticios.

Simulación y estudio óptico para el caso II.

Para el análisis del caso II, que se refiere al análisis óptico de un concentrador solar construido con una superficie continua, se realizan las mismas comparaciones que en el caso anterior. En este caso la variación en la imagen debida a la geometría del área de apertura no afecta a la concentración puntual, figura 11.

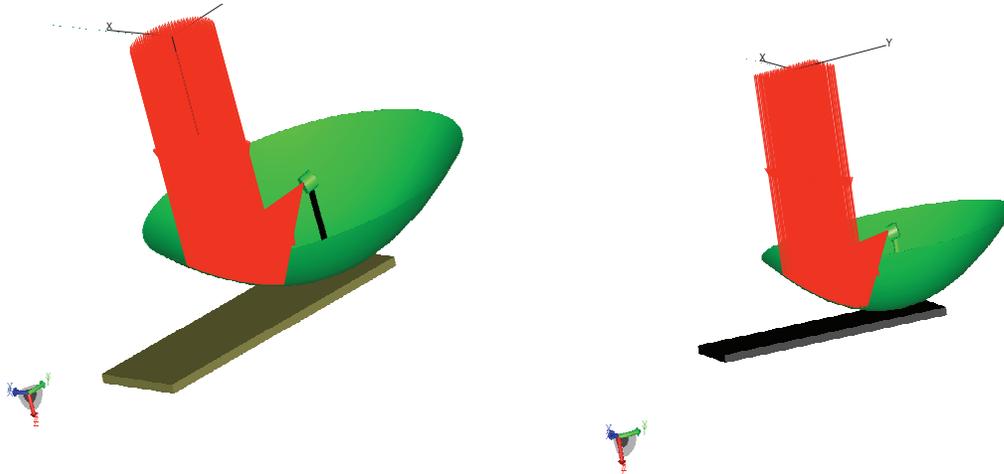


Figura 11.- Distribución de los rayos para un reflector de área de apertura elíptica.

En la figura 12 se muestra que el tener un reflector de superficie continua permite manejar errores de seguimiento solar menores a 2 grados, sin embargo cabe mencionar que hacen falta involucrar los aspectos estructurales y de seguimiento solar que conforman el sistema, los cuales se contemplan en otras investigaciones.

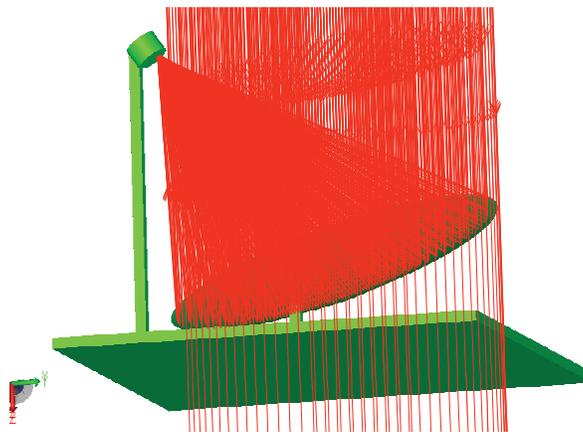


Figura 12.- Desviación de la imagen de concentración.

## Conclusiones

Ambos caso estudiados proporciona la concentración de rayos requerida en una área de apertura de diámetro de 30cm para el motor stirling en cualquier fecha del año, pero con una concentración diferente, esto permite inferir que conviene emplear un CSTS con geometría lo mas continua posible.

Para el primer caso (reflector construido con segmentos circulares), la imagen que se obtiene en el absorbedor se comporta como un abanico que incrementa su tamaño debido a la orientación del reflector, esto varía de acuerdo con la orientación del colector, pues los rayos sol al ser reflejados tienen que viajar mayores distancias, incrementado la dispersión de la imagen en el receptor.

Ambos tipos CSTS requieren que el reflector tenga seguimiento de forma continua que garantice la incidencia normal de los rayos. sin embargo para el segundo caso (reflector continuo) permite errores seguimiento mayores debido a la concentración puntual y el área del receptor.

En un CSTS de geometría continua y seguimiento en 2 ejes, se puede emplear la geometría del área de apertura que más convenga para reducir las pérdidas térmicas sin afectar la concentración.

La herramientas de CAD en interacción con software de simulación óptica proporciona una herramienta que permite conocer el comportamiento del sistema de concentración solar antes de ser diseñando y evaluar el reflector en un periodo corto de tiempo.

## Referencias

[1] Rojas, Fernández Reche j. (2008). Metodología de la realización del estudio teórico del trazado de rayos del concentrador solar distal I. XIV congreso iberoamericano de energía solar. Vigo Galicia España. 497-502.

[2] Pujol et al. (2008). Análisis de un concentrador solar lineal con reflector estacionario y foco móvil para aplicaciones de media temperatura. XIV congreso iberoamericano de energía solar. Vigo Galicia España. 515-518.

[3] Chemisana Villegas D. (2009). Diseño y caracterización de un concentrador térmico fotovoltaico para integración arquitectónica, tesis doctoral. Universidad de Lleida España

[4] Wolfgang S. (2006). Introduction to the revolutionary design of Scheffler reflectors. Solar Bruecke Alemania. (paper)

[5] Beltrán R., Velázquez N. (2006). Proceedings Adaptation and study of a satellite dish like solar collector for a system of solar thermal power generation. Proceedings of ANES/ASME Solar Joint XXX Mexican National Solar Energy.

[6] Duffie, J. Beckman W. (1980). Solar energy thermal processes. New York. Wiley Interscience.

## Nota Autobiográfica

M.I. José Efrén Ruelas Ruiz. Es Ingeniero en Electrónica por el ITSON, Maestro en Ingeniería por la UNAM y actualmente es Candidato a Doctor por la UABC. Profesor Investigador del Instituto Tecnológico Superior de Cajeme. . jose.ruelas@uabc.edu.mx

Dr. Nicolás Velázquez Limón. Investigador y Jefe del Centro de Estudios de las Energías Renovables del Instituto de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Baja California. nicolas.velazquez@uabc.edu.mx

Dr. Ricardo Beltrán Chacón. Doctor en Ingeniería por la UABC. Actualmente se desempeña como profesor de la Universidad Autónoma de Baja California.. rbeltran@uabc.edu.mx

El Instituto Tecnológico Superior de Cajeme tiene el compromiso social y académico de impulsar proyectos de vinculación o desarrollo tecnológico sobre diversos temas o necesidades del sector productivo y social.

A través de los diferentes centros de investigación, cuerpos académicos y planta docente ofrece los siguientes servicios:

• Asesoría y asistencia técnica. Capacidad de profesionales docentes para aportar soluciones a problemas específicos del sector industrial y empresarial.

• Desarrollo de proyectos en colaboración con el sector productivo.

• Asesoría de trámites y propiedad industrial. Servicio de gestión de patentes, aspectos legales de propiedad intelectual, patentes, marcas, derechos de autor y estudios legales. Conveniencia de solicitar marcas o patentes y realizar tramites.

• Programas de capacitación.

Líneas de Generación y  
Aplicación del  
Conocimiento al servicio  
de las empresas:

- Administración de la pequeña y mediana empresa
- Aprovechamiento sustentable de recursos naturales
- Arquitectura sustentable y gestión urbana
- Sistemas integrados de producción
- Procesos de logística y distribución
- Procesos ergonómicos y de seguridad industrial
- Sistemas mecatrónicos
- Instrumentación y control
- Diseño y análisis de esfuerzos
- Análisis por elemento finito
- Diseño mecánico, análisis y simulación computacional de macro, micro y nano sistemas.
- Ingeniería de Software
- Diseño y desarrollo de las TIC's
- Ingeniería multimedia